National Ilan University

國立宜蘭大學工程學刊第7期，193-205頁，2011年12月
Bulletin of Collage of Engineering, National Ilan University, NO.7, P.193-205, December.. 2011

Bulletin of Collage
Of Engineering
http://engineering.niu.edu.tw/main.php

應用類電磁演算法混合模擬退火於天線陣列

湯伊鴻[1] 李坤洲[2]*

1. 國立成功大學系統與船舶機電工程學系研究生
2. 國立成功大學系統與船舶機電工程學系教授

摘要

利用演算法達成天線陣列最佳化之目的，在限制半功率波束寬度下調整單元天線位置、權重，抑制副波瓣位準至最低。分析天線輻射圖中的主波瓣、副波瓣位準及半功率波束寬度與通訊能力間的關係，接著將類電磁演算法套用於天線陣列問題，計算出最佳的陣列組合。本研究使用類電磁演算法混模擬退火演算法，結果發現混合模擬退火後的類電磁演算法，確實改善陣列天線問題，達到最佳化目的。

關鍵字：天線陣列、類電磁演算法、模擬退火演算法

*通訊作者 E-mail : kclee @ mail.ncku.edu.tw

National Ilan University

國立宜蘭大學工程學刊第7期，193-205頁，2011年12月
Bulletin of Collage of Engineering, National Ilan University, NO.7, P.193-205, December.. 2011

Bulletin of Collage
Of Engineering
http://engineering.niu.edu.tw/main.php

Application a hybridization of simulated annealing and electromagnetic-like mechanism to antenna arrays

yi-hung Tang[1] kun-chou Lee*[2]

1.Graduate Student, System and Naval Mechatronic Engineering
National Cheng Kung University
2. Professor, System and Naval Mechatronic Engineering
National Cheng Kung University

Abstract

Application of algorithms to optimize the antenna array, in the half-power beamwidth limit, the adjustment element antenna position, weight, suppress sidelobe level to a minimum. Analysis relationship of antenna radiation patterns in the mainlobe, sidelobe level and half-power beamwidth and the ability to communicate. In this study, Electromagnetism-like mechanism hybrid simulated annealing, and found that indeed the problem to improve the antenna array to achieve the optimal goal.

Keywords: Antenna arrays, electromagnetism-like mechanism, simulated annealing.

*** Corresponding author**
E-mail : kclee @ mail.ncku.edu.tw

一、緒論

19 世紀德國物理學家赫茲發現電磁波後，無線通訊[12]開始發展，現今所使用的通訊技術拉近了人與人的距離，方便了人們的生活，而非常諷刺的是通訊技術卻是在二次大戰間快速的發展，發展通訊的目的是為了戰爭，不是為了科技的進步，當時陣列通訊除了應用在語音通訊外，雷達、聲納等皆源自於此時。從軍用目的至現在民用通訊，陣列通訊的重要性與日俱增。在過去的 20 年，通訊技術更是發展的迅速，不知何時開始，手機成為人們的基本配備，已經很難想像過去僅有市內電話與公用電話的年代了，手機就是利用天線才能夠傳送電磁波，可是相互通訊的距離往往是非常遙遠的，這時候便要利用天線陣列[3]才能夠將電磁波送往更遠的地方，達到通訊的效果。

天線陣列為實現無線通訊的最基本工具，無線通訊的發射與接收都必須靠它實現，本研究將類電磁演算法[2](Electromagnetism-like mechanism)結合模擬退火演算法[10](simulated annealing)應用於天線陣列問題，找出最佳的排列與權重組合，求得最好的通訊功能。求解的方法分為梯度法與隨機法，使用梯度法時常常陷入區域解，所以必須靠隨機法跳出區域解，不過隨機法的缺點是必須投入大量的運算時間，由於科技的進步，現今的電腦運算量與處理速度大增，故隨機法已漸漸受到重視，但是傳統的隨機法依然多採用盲目的隨機搜尋，疊代的次數不夠，還是會陷入區域解。目前已經有許多知名的隨機法應用於通訊陣列設計，例如基因演算法(genetic algorithms)in[4][5]、模擬退火演算法(simulated annealing)in[10]、蟻群演算法(ant colony optimization)in[7]、和粒子群演算法(particle swarm optimization)in[1]等等，其中基因演算法是最常用於此類問題的演算法。

近年提出的類電磁演算法，可隨機在可行域內有目標的找出全域解，由於類電磁演算法的成熟度不高，各國學者也持續在改進類電磁演算法，本研究提出一種類電磁演算法混合模擬退火演算法的方法[9]，以下簡稱 EMSA 演算法，能夠在很短的時間內找出更優的全域解。

二、陣列天線技術

天線陣列是由數個單元天線所排列組成的，不同的排列組合與權重會形成不同的天線輻射圖(pattern)，假設所有單元天線皆排成一直線，天線輻射圖公式為

$$F(\theta)=\sum_{n=1}^{N} a_n \cdot e^{jkux_n} \qquad (1)$$

其中權重記為a_n，k=2π/λ，λ為波長，u=sinθ-sinθ_0，θ為入射角，θ_0為操控角位置，座標為x_n，$x_n=\lambda \cdot q_n/2$。一般來說，當陣列長度與波長比值增加時，主波瓣的寬度會縮小，形成較佳的束寬，但是副波瓣的數量會增加，副波瓣對於發射與接收會有不良的影響，最明顯之處就是會造成輻射功率的浪費。

為了簡化問題，假設有 N 個單元天線，N=2M+1，中心單元天線置於座標原點 0，並且將所有單元天線對稱於中心單元天線，可將式(1)化簡為

$$F(\theta)=a_0+\sum_{n=1}^{N}\left[2a_n \cdot \cos\left(kx_n u\right)\right] \quad (2)$$

為了使天線輻射圖最大值為 0，先將求出的 F(θ)正規化(nomalize)，再將式(2)取 dB 值

$$F(\theta)_{\mathrm{dB}}=20\log\left[a_0+\sum_{n=1}^{N}\left[2a_n \cdot \cos\left(kx_n u\right)\right]\right] \quad (3)$$

式(3)即為本研究所使用的陣列波束函數。

圖 1 為基本的天線輻射圖，通常會將天線輻射圖作正規化處理，並且將增益大小取 dB 值，此時最大值即為 0dB。主波瓣(mainbeam)指的就是一個天線輻射圖中增益最大的波瓣，是為通訊方向。副波瓣(sidelobe)指的是除主波瓣外，其他所有的波瓣，因為副波瓣並不是通訊方向，所以希望能在限制條件下抑制副波瓣至最低。副波瓣位準(sidelobe level)簡稱 SLL，通常取副波瓣最大值與主波瓣峰值比並用 dB 值表示。

$$SLL_{dB}=20\log\left|\frac{F(SLL)}{F(\max)}\right| \qquad (4)$$

式(4)即為本研究的目標函數，F(max)為主波瓣最大值。程式中，要找出 SLL 的方法有很多種，本研究為求嚴謹，採用的方法較為複雜，首先找出輻射圖所有峰值，最大峰值必為主波瓣，其次即為 SLL。

另一個重要的參數為半功率波束寬度(beamwidth)又稱-3dB 波束寬，這是指主波瓣功率波形在功率減低到一半時左右兩點間的夾角

$$beamwidth=\left|\theta_{HPleft}-\theta_{HPright}\right| \quad (5)$$

θ_{HPleft}及$\theta_{HPright}$各為主波瓣半功率點角度。因為功率正比電場平方，而輻射圖是電場的相對大小圖，若輻射圖上 F(θ)的值是主波瓣峰值的 0.707 倍，則該點功率是主波瓣峰值功率的 1/2 倍，故稱為半功率波束寬度。一般來說，已經將操控角位置θ_0=0，所以只要計算出一邊的θ_{HPleft} 或$\theta_{HPright}$，便可求出半功率波束寬度。程式中，求半功率波束寬度的方法是將輻射圖中正入射角所對應到的所有陣列波束函數值分別加上 3，再取絕對值，比較最接近零的值所對應到的角度，便為半功率波束寬度。

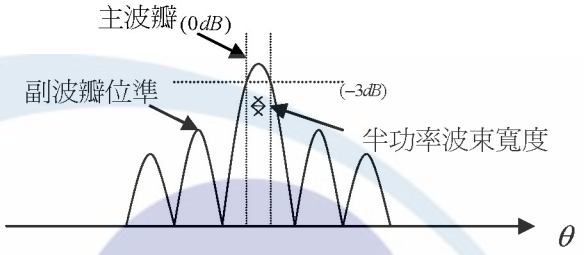

圖 1：基本天線輻射圖

一般的天線可以當作發射端也可以當作接收端。當發射端使用時，需能量集中於目標的方向，才不會浪費能量在非目標的方向；在作接收端使用時，若能量集中於目標方向，較不會接收其他非目標方向的能量，而且也比較不會受到不名方向的訊號干擾。所以在通訊的目標會希望主波瓣越尖瘦越好，即半功率波束寬度要儘可能縮小，並且要 SLL，但是在實際的情況下，要做到兩全其美是非常困難的。如圖 2、圖 3 比較所示，依據能量守恆的觀點，若是抑制副波瓣，半功率波束寬度會增加，無法集中通訊方；反之，將半功率波束寬度縮小，會使得副波瓣增益升高，造成輻射功率的浪費。

通訊陣列最佳化取決於陣列天線的位置與權重，一個好的通訊陣列所產生的天線輻射圖包括高增益、低旁波瓣、窄半功率波束寬度。在此研究，我們將利用式(3)求出天線輻射圖，再利用式(4)找出 SLL，並且控制半功率波束寬度在一定範圍，改變各個單元天線的位置與權重，以求得最低的 SLL。

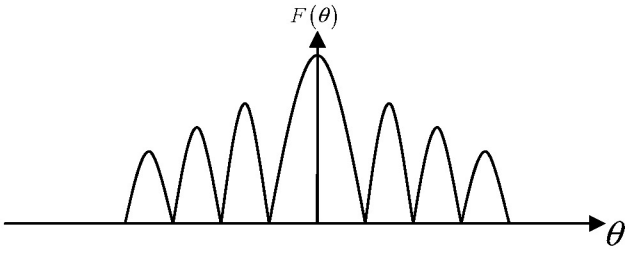

圖 2：依據能量守恆比較輻射圖

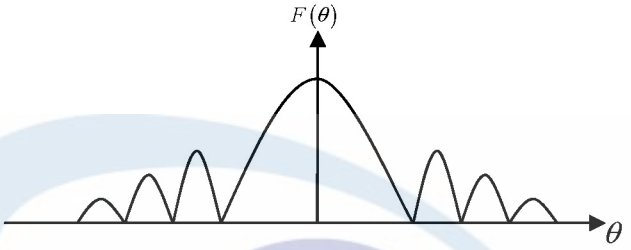

圖 3：依據能量守恆比較輻射圖

三、類電磁演算法混合模擬退火演算法

本研究將類電磁演算法作改良，混合模擬退火演算法於類電磁演算法(以下簡稱 EMSA 演算法)，將類電磁演算法的區域搜尋改良成模擬退火演算法，加強類電磁演算法的搜尋能力。類電磁演算法是一種新穎的隨機方法，用以解決天線陣陣列問題，概念來自於物理學中的電磁理論，能夠有效的找出全域中的最佳解，它與遺傳演算法類似，都是先隨機在限制範圍內產生數組初始解，也就是產生數組帶電粒子，靠著模擬電磁場中吸引與排斥機制，透過粒子間的合力來產生新的帶電粒子，按照一定的步驟及方法使得帶電粒子朝最佳解移動。在此演算法中，每一個帶電粒子的帶電量由陣列波束函數決定，帶電量越大的帶電粒子擁有較大的吸引力排斥力，而相距越近的兩個帶電粒子間合力越大，也就是說，粒子間的合力是由彼此的帶電量及距離決定。模擬退火演算法是摩地卡羅演算法的推廣，退火是一種物理過程，一種金屬物體加熱至一定溫度後，他的所有分子在狀態空間中自由運動。隨著溫度的下降，這些分子逐漸停留在不同的狀態，在溫度最低時，分子重新以一定的結構排列，而分子的分布是以波茲曼函數分布。模擬退火中的溫度是隨著退火的時候有所改變，故如何對溫度做有效的調整是為模擬退火演算法最重要的一環。

在最佳化的過程中，天線陣列的排列位置則經由 EMSA 演算法計算後決定。終極目標為在限制半功率波束寬度的情況下，使輻射圖的 SLL 減至最低。此機制主要包含四個階段，初始化、模擬退火搜索、計算合力及移動粒子。圖 4 為步驟流程圖。

第一階段：初始化，可細分為決定參數、決定陣列波束函數、決定邊界與初始化粒子，首先必須依據天線陣列問題設定演算法的參數，本研究所需要的參數有粒子數、疊代條件以及解的維度。由於此演算法有關於粒子間的合力，故粒子數最少須大於 3，疊代條件會影響演算法是否持續執行，故設定疊代條件為達到預設的疊代次數或是達到設定的目標，解的維度取決於陣列波束函數。

我們將此最佳化問題的單元天線個數取 N=25，並將兩端邊界單元天線固定取 q_1 =-50 與 q_{25} =50。當決定好參數、陣列波束函數與邊界，便可初始化粒子，在這裡我們使用隨機方式將初始化粒子均勻分佈在可行域內，換句話說，就是將初始化粒子分佈在條件邊界裡，然後將各初始化粒子代入陣列波束函數並找出最佳粒子。

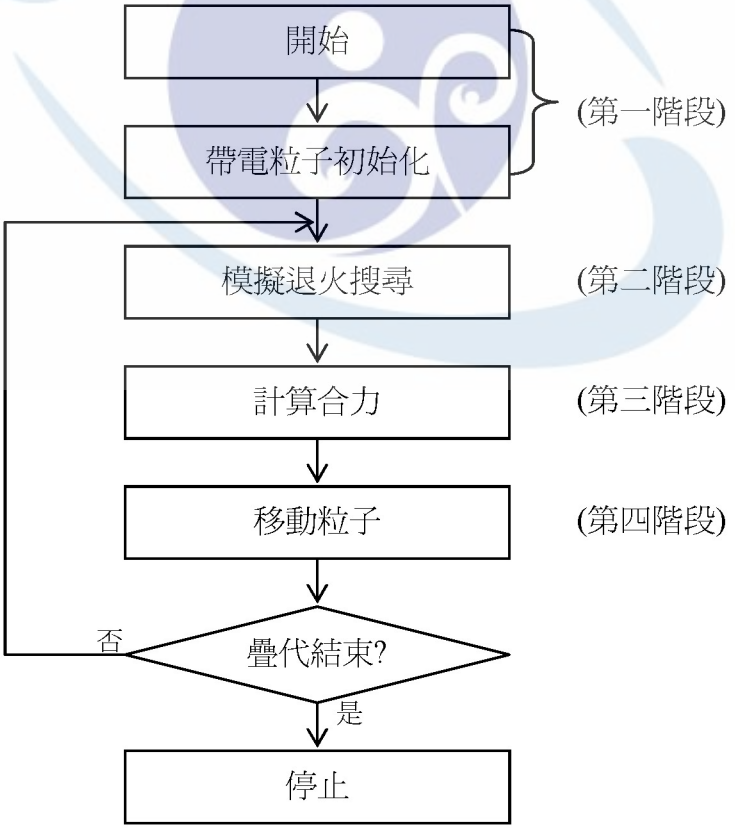

圖 4：EMSA 演算法流程圖

第二階段：模擬退火搜尋，設定初始參數。設定起始溫度 T_0 =100、降溫係數 α =0.95、

冷卻溫度=0.001。執行鄰近搜尋法，此為模擬退火演算法之一大核心，由現有狀態推演至下一狀態的方法，即傳統的啟發式解法。$\overline{Q_i}$ 為當前粒子，$\overline{Q_i}=(q_1, q_2, \cdots, q_n)$，將 $\overline{Q_i}$ 擾動產生一鄰近解 $\overline{Q_i'}$，並找出狀態解 $F(\overline{Q_i'})$，若 $F(\overline{Q_i'}) \le F(\overline{Q_i})$，則 $\overline{Q_g}=\overline{Q_i'}$，$F(\overline{Q_i})=F(\overline{Q_i'})$，反之若 $F(\overline{Q_i'})>F(\overline{Q_i})$，則利用波茲曼函數 $PR(A)=\exp(-\Delta E/T)$ 和隨機數 C，其中 $\Delta E=F(\overline{Q_i'})-F(\overline{Q_i})$，$0<C<1$，判斷當 $C \le PR(A)$ 時令 $\overline{Q_g}=\overline{Q_i'}$，$F(\overline{Q_i}) = F(\overline{Q_i'})$，若 $C>PR(A)$ 時則令 $\overline{Q_g}=\overline{Q_i}$，$F(\overline{Q_g}) = F(\overline{Q_i})$。下一步為執行冷卻程序，令 $T=\alpha \cdot T$，此程序可左右接受機率，使模擬退火演算法具有可跳離局部最佳解的機制，因此，只要任一傳統啟發式解法再加上冷卻程序，則可發揮模擬退火演算法的最大功能。接著檢查停止條件。若 T 小於冷卻溫度則停止，此時最佳狀態為 $\overline{Q_g}$，最佳狀態解為 $F(\overline{Q_g})$，否則回繼續擾動產生鄰近解。

第三階段：計算合力，是為 EMSA 演算法最重要的一步，要計算合力前，要先將各帶電粒子的電荷量 q_i 求出，帶電粒子的電荷量 q_i 決定了帶電粒子所受的吸引力或排斥力。對第 i 個帶電粒子而言，電荷量 q_i 的計算如下

$$q_i = \exp\left[-n\frac{F(\overline{Q_i})-F(\overline{Q_g})}{\sum_{m=1}^{P}\left[F(\overline{Q_m})-F(\overline{Q_g})\right]}\right] \quad (6)$$

其中 P 為粒子數，維度越高需選擇越多的粒子數，n 為維度，$F(\cdot)$ 代表目標函數值，該值為負數，越小表示越佳。$F(\overline{Q_g})$ 表示為最佳目標函數值，擁有最佳目標函數值的粒子稱為最佳粒子 $\overline{Q_g}$，在最佳粒子附近的則有較大的吸引力。換句話說，當粒子擁有較佳的目標函數值時，將吸引其他粒子，較差的目標函數值則排斥其他粒子。接下來要計算作用在帶電粒子上的合力 $\overline{G_i}$，對第 i 個帶電粒子而言，合力 $\overline{G_i}$ 的計算如下

$$\overline{G_i} = \sum_{m=1, m\neq i}^{P} \begin{cases} \left(\overline{Q_m}-\overline{Q_i}\right)\dfrac{q_i q_m}{\left\|\overline{Q_m}-\overline{Q_i}\right\|^2} & if\ F(\overline{Q_m})<F \\ \left(\overline{Q_m}-\overline{Q_i}\right)\dfrac{q_i q_m}{\left\|\overline{Q_m}-\overline{Q_i}\right\|^2} & if\ F(\overline{Q_m})\ge F \end{cases} \quad (7)$$

根據上式，每兩個粒子間，目標函數值(F($\overline{Q_m}$))較小(即較優)的粒子將吸引另一個粒子(F($\overline{Q_i}$))；反之，目標函數值(F($\overline{Q_m}$))較大(即較差)的粒子將排斥另一個粒子(F($\overline{Q_i}$))。而當前最好的粒子$\overline{Q_g}$的目標函數值最小，所以他充當著一個絕對吸引的粒子，吸引著族群中其他所有的粒子。且式(7)可知粒子間的合力正比於粒子電荷量乘積，與粒子間的距離成反比，粒子本身對自己並不產生吸引力或排斥力。此外，式(7)必須正規劃為

$$\overline{\Im}_i = \frac{\overline{G_i}}{\left\|\overline{G_i}\right\|} \qquad (8)$$

以確保合力的尺度範圍，將合力固定於$0 < \overline{\Im}_i \le 1$。

第三階段：移動粒子，除了最佳粒子$\overline{Q_g}$外，其他粒子將依據合力方向移動，對第 i 個粒子而言，於第 m 個維度的第η次疊代記為

$$\overline{Q_i}^{\eta+1} = \begin{cases} \overline{Q_i}^{\eta} + \overline{\Im}_{im} \cdot rand() \cdot (\overline{U}_{bnd} - \overline{Q_i}^{\eta}) & if\,\overline{\Im}_{im} \\ \overline{Q_i}^{\eta} + \overline{\Im}_{im} \cdot rand() \cdot (\overline{Q_i}^{\eta} - \overline{L}_{bnd}) & if\,\overline{\Im}_{im} \end{cases} \qquad (9)$$

其中 rand()為一隨機數字，範圍為 0<rand()<1，$\overline{U}_{bnd}$與$\overline{L}_{bnd}$分別為各維度的上邊界與下邊界。在式(9)中，加號後方若為正，代表合力為正，粒子透過一隨機移動往上邊界移動；反之，加號後方為負，代表合力為負，粒子透過一隨機移動往下邊界移動。而最佳粒子$\overline{Q_g}$在此演算法具有最佳的目標函數值吸引其他粒子，所以不進行疊代。最後檢查是否結束疊代，本研究不設疊代門檻，直接設定最大疊代次數，直到疊代完畢。

四、模擬與結果

研究目標是藉由 EMSA 演算法，調整每個單元天線排列的位置q_n與權重a_n，在限制半功率波束寬度下，求得最小的 SLL，設定單元天線數 N=25，粒子數 P 取 10，其餘參數於各不同例子而定。

第一個例子，其所有單元天線權重固定於 1，將兩端邊界固定於q_1=-50，q_{25}=50，中心單元天線q_{13}固定於原點 0，其餘單元天線平均對稱於原點 0，維度為原來的 25 減為 11，設定最大疊代次數為 20000 次。[8]所求的 SLL 為-10.14dB，半功率波束寬度為 1.6°，我們再將半功率波束寬度限制於 1.6°，EMSA 演算法求得 SLL 為-10.40dB，半功

率波束寬度為 1.6°，圖 5 為第一個例子限制半功率波束寬度於 1.6°時 EMSA 演算法求得的天線輻射圖，其中單元天線最佳化位置為(1,5,6,7,9,13,16,17,19,20,22)。

第二個例子，其所有單元天線權重固定於 1，將兩端邊界固定於 q_1 =0，q_{25} =100，調整非對稱單元天線的 23 個位置，其維度降為 23，設定最大疊代次數為 20000 次。。[11]所求得 SLL 為-12.07dB，半功率波束寬度為 1.6°，我們再將半功率波束寬度限制於 1.6°，EMSA 演算法求得 SLL 為-12.27dB，半功率波束寬度為 1.6°。圖 6 第二個例子為限制半功率波束寬度於 1.6°時 EMSA 演算法求得的天線輻射圖，其中單元天線最佳化位置為(30,38,39,40,43,44,47,49,51,52,54,56,57,58,59,60,65,66,69,72,75,76,80)。

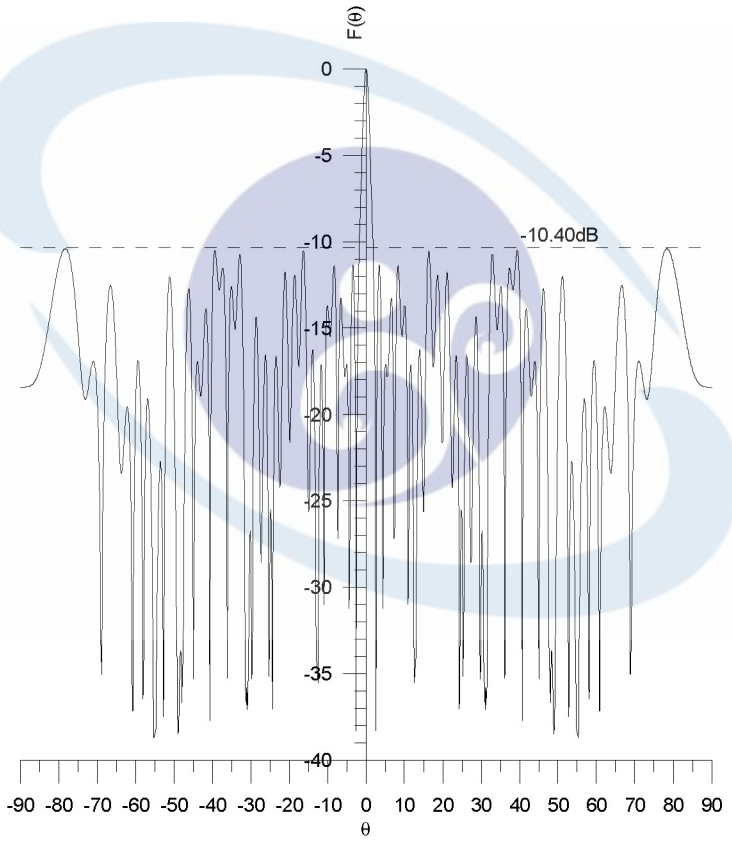

圖 5：EMSA 演算法於例子一之天線輻射圖

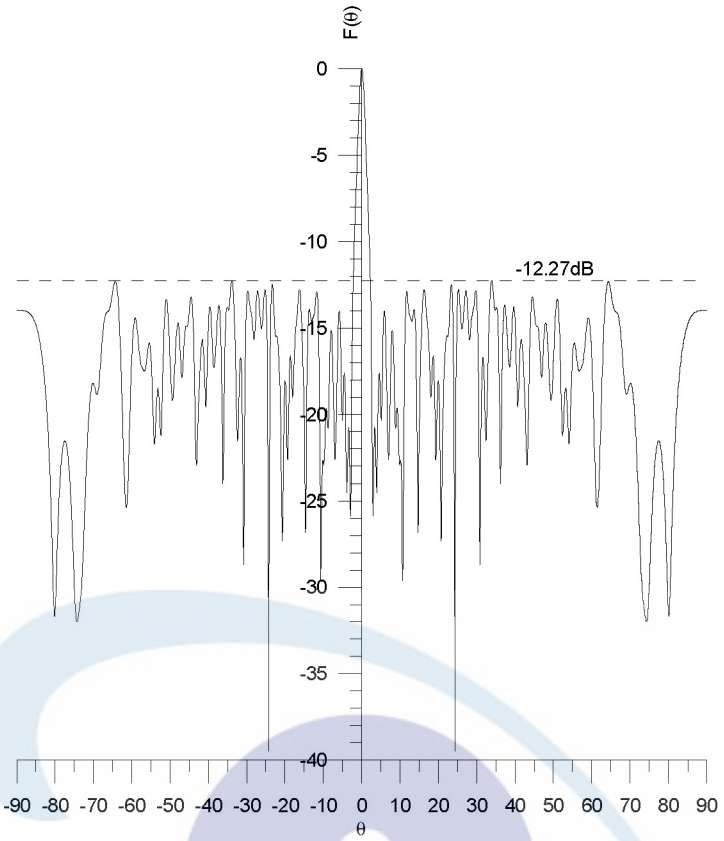

圖 6：EMSA 演算法於例子二之天線輻射圖

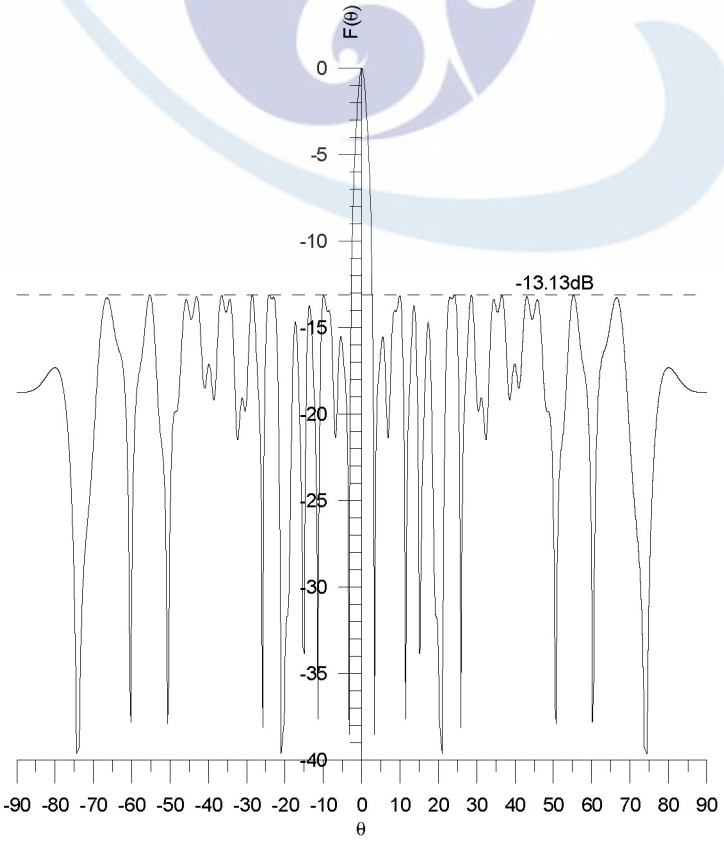

圖 7：EMSA 演算法於例子三之天線輻射圖

第三個例子，將兩端邊界固定於q_1=-50，q_{25}=50，中心單元天線q_{13}固定於原點 0，其餘單元天線平均對稱於原點 0，先求出最佳 11 個位置，維度為 11。固定位置後，接著調整權重，權重對稱於中心天線，共調整 13 個權重變數，維度為 13。設定疊代位置時最大疊代次數為 20000 次，疊代權重時最大疊代次數為 40000 次，故本例子疊代次數為 60000 次。[6]在未調整權重前 SLL 為-9.80dB，修改權重後 SLL 為-12.20dB。EMSA 演算法在未調整權重前 SLL 為-9.85dB，修改權重後 SLL 為-13.13dB。圖 7 為第三個例子 IEM 演算法求得的天線輻射圖，其中單元天線最佳化位置為
(3,4,6,7,8,9,11,13,16,17,18)，
權重為(0.70,0.94,0.62,0.60,0.64,0.78,0.88,0.68,0.41,0.30,0.59,0.45,0.17)。

五、結論

現今的無線傳輸技術已經取代過往的電線傳輸，例如藍芽科技、手機、無線上網等等，這些高科技技術早已充斥在我們的生活裡，隨處可見人們使用便利的無線技術，而通訊陣列正是實現遠距無線傳輸的基本方式。我們可以利用演算法，計算天線陣列通訊問題，透過演算法求出最佳陣列位置與權重，達成在限制半功率波束寬度下抑制副波瓣位準之目的。

類電磁演算法是近年來才發表的演算法，被應用於研究的範圍還不廣，演算法還是有改善的空間，目前也有許多研究針對類電磁演算法做修改，不管是針對演算法本身公式作改進，或是混合其他方法增加演算法的最佳化能力，都會使類電磁演算法更加完整。本研究將類電磁演算法混合模擬退火演算法，用於陣列天線問題，最佳化的結果，優於各文獻所做的研究，成功的利用混合演算法的方式，提高了類電磁演算法的效能。由於加入模擬退火演算法，程式迴圈次數增加，計算時間也拉長了，這是混合演算法的缺點，未來在改善演算法，應該要從演算法本身的公式作修改，才能夠減少迴圈次數，快速疊代出最佳化問題。

參考文獻

[1] Bevelacqua PJ, and Balanis CA, 2007 “Minimum sidelobe levels for linear arrays,” *IEEE Trans Antennas Propag* 55: 3442-9.

[2] Birbil SI, and Fang SC, 2003 “An electromagnetism-like mechanism for global optimization,” J Global Optim 25: 263-82.

[3] Hansen Rober C. , 2009, *Phased array antennas*, Wiley, New Jersey.

[4] Panduro MA, Covarrubias DH, Brizuela CA, and Marante FR, 2005 "A multi-objective approach in the linear antenna array design," *AEU-Int J Electron Commun* 59: 205-12.

[5] Panduro MA, 2007 "Design of coherently radiating structures in a linear array geometry using genetic algorithms," *AEU-Int J Electron Commun* 61: 515-20.

[6] P. Jarske, T. Saramaki, S. K. Mitra, and Y. Neuvo, 1988 "On properties and design of nonuniformly spaced linear arrays," *IEEE Trans Acoust, Speech, Signal Process* 36: 372-80.

[7] Rajo-Iglesias E, Quevedo-Teruel O, 2007 "Linear array synthesis using an ant-colony-optimization-based algorithm," *IEEE Antennas Propag Mag* 49: 70-9.

[8] R. K. Arora, N. C. V. Krishnamacharyulu, 1968 "Synthesis of unequally spaced arrays using dynamic programming," *IEEE Trans Antennas Propag* AP-16: 593-5.

[9] R. Tavakkoli-Moghaddam, M. Khalili, B. Naderi, 2009 "A hybridization of simulated annealing and electromagnetic-like mechanism for job shop problems with machine availability and sequence-dependent setup times to minimize total weighted tardiness," *Springr*, Vol. 13, 995-1006.

[10] S. Kirkpatrick; C. D. Gelatt; M. P. Vecchi, 1983 "Optimization by simulated annealing," *Science*, Vol. 220, No. 4598, pp. 671-680.

[11] V. Murino, A.Trucco , and C. S. Regazzoni, 1996 "Synthesis of unequally spaced arrays by simulated annealing," *IEEE Trans Signal Processing* 44: 119-23.

[12] Ziemer Rodger E., Tranter William H. , 2002, *Principle of Communication*, Wiley, New Jersey.