

考慮作業不確定性因素之模糊施工排程

曾浩璽¹ 陳昌楙²

1. 國立宜蘭技術學院土木工程系助理教授
2. 國立宜蘭技術學院土木工程系學生

摘 要

本研究以模糊推論為基礎，對於受不確定性因素影響甚大的作業工期，藉由管理者的豐富經驗來進行模糊估計，並且將此估計模式成功的移植到現有的網圖架結構上並發展出一全新的模糊施工排程方法。此外，為提升本法的實用性，本文以線性規劃法為基礎來建構計算模式，如此便可使用市售軟體輕易地解決複雜的計算問題。最後本模式將透過一簡單的實例進行驗證並說明其執行流程，以供工程人員使用本法時之參考。

關鍵詞：施工排程、網圖、模糊理論、線性規劃

A Scheduling Method for Construction Projects Which Considers Fuzziness in the Estimation of Activity Duration

Hao-His TSENG¹ and Chang-Mao CHEN²

1. Assistant Professor Department of Civil Engineering, National Ilan Institute of Technology
2. College student Department of Civil Engineering, National Ilan Institute of Technology

Abstract

A traditional project scheduling techniques is that they are not able to manipulate fuzziness which dominates the construction works. Imposing deterministic approaches to the uncertainty conditions would produce rather unrealistic result. In this research, a new proposal for construction project scheduling is introduced which tries to implement the concept of fuzziness in the estimation of the activity duration. A mathematical model is formulated then the fuzzy linear programming is used to solve it and the process of calculation is demonstrated on a small network.

Key Words : Construction Project Scheduling, Network, Fuzzy Theaory, Linear Programming

一、前言

近年營建工程規模日益擴大，其複雜性與困難度亦不可同日而語。為了因應此日漸複雜而龐大的施工作業，採用 PERT、CPM [1,2] 等網圖技術來執行工程進度的規劃與控制已是不可避免的趨勢。目前工程人員使用網圖作施工排程時，對於各個施工作業所需的時間，多數只能依其過去的經驗與零星的工程資料為憑藉，約略的決定出一固定值並藉以推算出整體工程之工期。然而此類的作業時間估計方式實無法有效反應不確定性極高的現場施工狀況，而且當作業數目隨著工程規模增多時，最後累計所得的計劃工期亦常與實際的工作天數有著大量的誤差。目前國內販售的排程軟體（如 P3、MS Project 等 [3,4]），均無法協助工程管理者妥善的處理作業工期所包含的不確定性因素。因此，本研究針對施工過程中可能遭遇的各種不確定因素，諸如天候、地質條件的變化等狀況，並評估各作業所受之影響，再配合管理者的實務經驗加以綜合的考慮，以建立一包含多個類型的模糊作業時間估計方式。最後再根據該模糊估計的內容，計算出更為貼近實際作業情況的時程方案及工期，以期有效的提升施工排程的準確性。

本研究首先以模糊推論 [5] 為基礎定出五種作業工期的模糊估計方式，以使管理者能依其個人經驗與知識，對作業工期做出主觀且合理的判斷，並且將其轉化為計算式。而作業與作業間的邏輯順序關係則架構在既有的前後順序關係網圖(PDM)上，最後再以線性規劃法 [6] (Linear Programming, LP) 建立計算模式。另外本法除了可忠實反應施工現場的不確定狀況外，亦可藉由歸屬函數(Degrees of Membership,) 最大化的計算，來尋求在合約工期的限制下，工程完成可能性最高的時程方案。

二、營建工程排程作業現況檢討

對於小型而單純的工程專案而言，甘特圖(Gantt Chart)可說是非常簡易而有效的排程方法。然而當工程規模增大，作業項目增多時，因甘特圖無法定義作業與作業之間的順序關係，故無法有效的來執行工程進度之控管。而採用網圖技術為基礎的要徑法(CPM)，不但能清楚的定義作業之間的順序關係、精確算出每一作業的開始及結束時間而且能明白的顯示網圖的工作要徑。整體而言，要徑法(CPM)因具有諸多優點且具執行成效，因此在大型工程的進度控管上已廣為業界所採用。

要徑法目前雖為工程界執行進度控管時之主要方法，惟工程人員使用該法進行施工排程時卻只能侷限於使用確定性的工期資料，對工程施工上諸多的不確定性因素仍無法有效地加以處理。因此，其所算出總工期之精確度亦經常受到質疑。有鑑於此，Ayyub 於 1984 年提出了可以提供一組不同總工期、成本、完工機率的排程模式 [7]。此模式對總工期的估算雖較 CPM 來得合理而且有彈性，但是對於造成問題的主要因素，亦即難以準確估計的作業時間卻仍強行視其為一定值。

為了解決不確定性因素對於作業時間在估計上所造成的困擾，而促成了不確定性網圖排程技巧的發展。最早應用於這個領域的研究為機率理論，主要應用於：(1) 推估作業工期；(2) 專案網圖分析。一般均需先假設專案工期中各作業工期符合某一機率分佈函數(Probability Distribution Function, 簡稱 PDF) [8]。大部分之機率分佈函數由貝他分佈(Beta Distribution)代表。機率網圖排程模式中最早應用為計劃評核術(PERT)，特性是將作業工期視為一隨機變數，以機率密度函數與參數的形式表現。計劃評核術目的在於管理與控制，採用三時估計法(Three time estimates)，假設每一作業均符合 分佈，將每一作業工期分為三種形式：(1)最樂觀時間(Optimistic Time)，(2)最可能時間(Most Likely Time)，(3)最悲觀時間(Pessimistic Time)。

雖然計劃評核術能改善傳統要徑法(CPM)的在作業時間估計上的缺點，但其本身仍然有一些結構上缺失。其中之一便是只考慮最長平均工期要徑，而忽略其他可能要徑對總工期的影響，因此將預估出過於樂觀的工期 [9]

[10];另外施工現場作業狀況極為複雜，單以貝他分佈欲強行套用於各具不同屬性的現場作業，其最後所推算出的總工期反而有可能造成偏頗。因上述的缺點再加上計算較 CPM 複雜，故 PERT 在目前營建排程作業上極少使用。

三、模糊作業時間估計及其類型

營建工程多半內容複雜且個案差異大，因此在進行排程時，管理者對於各作業時間的設定往往無客觀且統一的標準可依循。截至目前為止，在作業所需時間的判定方面，均只能由工出單一時間的判斷。誠然有經驗的工程師能審慎的衡量工程條件並藉著個人良好的經驗與知識，對作業所需工期做出較為合理的判斷。但是，營建工程的施工過程具有極高的不確定性，所以愈是能貼近事實的判斷，則不確定性推測的內容也就愈多。例如：某樓層的模板製作最遲應可在 9 天內完成，但如出工人數穩定加上天氣狀況良好的話有可能提前至 6 天完成；又如為了混凝土的強度及安全的考量，基本上希望養護期間愈長愈好，但如考慮到模板需轉用至其他樓層，則其澆置完成至拆模的時間最遲不可超過 7 天等。因此為了讓工程管理者將其經驗有效的移植至實際的排程工作，本研究運用了模糊推估(Fuzzy Estimation)的方式，將不確定的推測語氣轉化為計算式，以更貼近實際工作狀況的方式來估計作業工期，現將其內容整理成下列五種不同的類型來說明。

類型 1：

管理者對作業所需工作時間的預估有充份把握，因此將該作業之工期設為一固定值(δ)。此亦為目前排程工作最常採用的時間估計方式，事實上其與要徑法(CPM)的作業時間估計方式相同。此處則用在工作條件良好、內容單純的作業。例如室內門窗之安裝作業，由於該工班技術嫻熟、出工穩定且外在影響因素較少(天氣影響；環境變化；其他工種之配合)等，所以可以有極高的把握來設定該工程項目之作業時間。本類型之推測內容可以公式(1)來表示。其推測內容與歸屬函數之關係則如圖 1 所示。

$$w = \text{作業時間} \quad (1)$$

類型 2：

作業最遲必須在 d 天之內完成，如果順利的話可以提早至 a 天完工，但基本上管理者期望越接近 d 天完工的愈好。本類型之工期必須大於 a 天但不能超越 d 天($a < t_w < d$)且當歸屬函數越高(值愈接近 1)則表示工期越接近 d 天。例如混凝土澆置完成經養護後最早 3 天可以拆模，但是通常為了獲得較佳的施工品質，一般希望養護的時間愈長愈好。然而因考慮到拆模之後模板需轉用到其他樓層，此時施工者又期望能在不影響其工作調度的範圍內完成拆模。因此在不影響總工期及其他後續作業的情況下將養護的時間適當的延長實為一合理的安排。上述之推測內容可藉由圖 2 及公式(2)來說明，其中當歸屬函數值 (membership function)愈接近 1.0 時，即表示該作業施工日期愈接近管理者的期望。

$$1 - \frac{d_w - t_w}{d_w - a_w} \geq 1 \quad (2)$$

類型 3：

作業最遲須在 d 天內完成，然而在一般情況下管理者強烈希望本作業可以提早至 a 天來完成，但限於技術人力及作業條件的限制，其完成時間卻不可能早於 a 天。本類型作業工期之範圍為 $a < t_w < d$ ，且當值愈接近 1.0 時作業工期則越接近 a 天。例如在進行開挖擋土作業時，基本上當開挖完成後其擋土支撐的架設須在 4 天內完成。但是基於安全考量及希望後續作業能盡速展開，於是又期望廠商在能力的範圍內全速趕工盡可能的提早完成。然而衡量廠商之技術、機具、人力及作業空間的限制，縱使在全力趕工的狀況下其工期至少亦需 2 天。諸如上述之作業時間推測方式，在此可以圖 3 及公式(3)的內容來表示。其中當歸屬函數值愈接近 1.0 時，則表示作業之完成時間愈接近管理者主觀上的期望。但基於客觀的施工條件其最小可能完工期限只能縮短至 a 天。

$$1 - \frac{t_w - a_w}{d_w - a_w} \geq I \quad \text{And} \quad t_w \geq a_w \quad (3)$$

類型 4 :

本類型預估作業最早可提前至 a 天完成，而最遲的狀況下可能拖延至 d 天才完工，但基本上該作業在 b 天與 c 天之間完工的可能性最高。也就是說當歸屬函數()值愈高時，則作業之完成時間將愈靠近 b 或 c 的時間點，而當歸屬函數值為 1 時，則表示作業最可能的完工時間將介於 b 與 c 之間。此一作業時間估計方式最為接近一般工程人員對作業時間的推測。公式(4)及圖 4 內容可以說明以上之推測內容。

$$1 - \frac{b_w - t_w}{b_w - a_w} \geq I \quad \text{And} \quad 1 - \frac{t_w - c_w}{d_w - c_w} \geq I \quad (4)$$

類型 5 :

本類型為類型 4 的一種特例。基本上管理者有較高的把握在某一時間點(m)完成工作，但該作業能否依預估之工期完成仍須視其外在條件的變化，如果極其順利的話作業最早可提前在 a 天完工，萬一狀況在最差的情況下最遲亦可能延至 d 天才完工。而當作業的完成之歸屬函數 愈接近 1 時，則作業工期將愈迫近一固定的時間點即($t_w = m$)。本類型之推測內容可藉由圖 5 及公式(5)來說明。

$$1 - \frac{m_w - t_w}{m_w - a_w} \geq I \quad ; \quad 1 - \frac{t_w - m_w}{d_w - m_w} \geq I \quad \text{And} \quad m_w = b = c \quad (5)$$

四、模糊作業網圖模型之建構

本研究採用(PDM)前後關係圖法來顯示與作業有關之各項內容。一般與作業有關的資訊包含有作業所需時間、作業最早開始時間、作業最早結束時間、作業最遲開始時間、作業最遲結束時間、作業名稱與作業代碼等。由於本研究運用模糊推論來估計作業時間，故結點的資訊尚需包含模糊時間的推估值及其歸屬函數()。圖 6 為本研究所使用的案例網圖，作業節點內所包含了上述的各項內容，而其代號及意義則整理於表 1。

(一)網圖作業順序關係

本研究對於作業與作業間邏輯順序關係之處理，基本上採用現有 PDM 網圖的規則，其作業與作業之間的順序關係內容可分為四種：(1) 開始連接開始的關係(Start-to-Start, 以 SS 表示)；(2) 開始連接結束的關係(Start-to-Finish, 以 SF 表示)；(3) 結束連接開始的關係(Finish-to-Start, 以 FS 表示)；(4) 結束連接結束的關係(Finish-to-Finish, 以 FF 表示)。

現以(FS)的作業關係來說明網圖之前置作業與後續作業的關係，其內容如圖 7 所示。順序關係之計算方式如公式(6)所示。另外本研究假設各作業為一經開工後至結束為止均不可中斷，其內容如公式(7)所示。

$$S_b - F_a \geq Lag \quad F_a, S_a \geq 0; (a \in w) \quad (6)$$

$$F_a - S_a - t_a \geq 0 \quad F_a, S_a \geq 0; (a \in w) \quad (7)$$

W:網圖中之所有作業； S:作業開始時間； F:作業結束時間； t:作業需時

(二)模糊排程之計算模式

一般在工程合約的限制下，排程規劃的總工期必須與合約上要求的總工期相符。此一內容可以下列之限制式來表示。

$$F_{END} \leq Z \quad (8)$$

F_{END} :工程最末項作業的結束時間； Z :合約要求的總工期

另外，一般進行排程規劃時，均會假設工程之首項作業的開工時間為零，其內容可以下列之限制式來表示。

$$S_a = 0 \quad (9)$$

S_a :工程第一個作業的開始時間

通常工程規劃人員均希望排程內容在實際施工時能具有高度的可行性，因此在合約工期限制之下追尋可行性最高的施工時程方案為排程工程師最重要的目標。為了達成此一目標，本模式將歸屬函數()設成目標函數，當我們在公式(8)的工期限制下，對目標函數求極大值(Maximize)時，即意味著在合約指定的工期內去找尋執行可行性最高的時程方案。綜上所述，本研究相關之計算內容可以整理成下列線性規劃之數學式(10)：

$$\begin{aligned} & \text{Maximize} \quad = \\ & \text{Subject to :} \quad \text{開工及完工時間點之限制式 :} \\ & \quad S_1 = 0 \\ & \quad F_{END} \leq Z \\ & \quad \text{五類模糊作業時間之限制式 :} \\ & \quad t_w = t_w \quad (\text{類型 1}) \\ & \quad 1 - \frac{d_w - t_w}{d_w - a_w} \geq 1 \quad (\text{類型 2}) \\ & \quad 1 - \frac{t_w - a_w}{d_w - a_w} \geq 1, \quad t_w \geq a_w \quad (\text{類型 3}) \\ & \quad 1 - \frac{b_w - t_w}{b_w - a_w} \geq 1, \quad 1 - \frac{t_w - c_w}{d_w - c_w} \geq 1 \quad (\text{類型 4}) \\ & \quad 1 - \frac{m_w - t_w}{m_w - a_w} \geq 1, \quad 1 - \frac{t_w - m_w}{d_w - m_w} \geq 1 \quad (\text{類型 5}) \\ & \quad \text{(FS,SS,SF,FF)各類型作業順序關係限制式} \\ & \quad \text{and } F_w, S_w, t_w \geq 0 \quad (10) \end{aligned}$$

五、案例探討

(一) 案例說明

研究案例之各作業的預估工期如圖 8 之網圖所示，另外圖 9 為模糊時間估計之各種作業類型的表示方式，而作業的詳細基本資料則列於表 2。另外各項作業之預估工期的計算式，則依公式(10)中的五種限制條件分別整理於

表 3。而作業前後之順序關係及其延遲時間所形成的計算式也以限制條件的型式整理於表 4。基本上，每個作業之計算式均包含：作業開始時間(Sw)、作業結束時間(Fw)與作業工期(tw)等三個變數。

(二) 計算結果與檢討

在前述的線性規劃計算模式中，以合約總工期(Z)作為限制條件，經計算求解後便可找出在合約工期內，完工可行性最高的施工時程以及其所對應的完工歸屬函數()。

另外由於作業與作業之間擁有多重的順序關係，所以將導致某些作業的開始點及其相關的延遲時間具有緊急性，但其結束時間卻擁有浮時，此類作業本文以“起始要徑(Start Critical)”稱之；同理某些作業的結束點及其相關的延遲時間有緊急性，然而其開始時間卻擁有浮時，則此類作業本文以“結束要徑(Finish Critical)”稱之。本例之計算結果茲分為以下二點來說明：

1. 要徑的變化

本例初步假設合約工期為 52 天，經計算後得知其在一般的情況下，該工程依目前排程的內容在 52 天內完成的最大可能性為 66.7%。而各作業的施工時程及要徑的分佈狀況則如圖 10 所示。本方案有二條要徑，第一條要徑由 a b c d e f g i j m o p q r 等作業所構成；第二條則由 a b c d e f g l m o p q r 等作業所形成。而其中作業 c、作業 e 與作業 i 等為起始要徑(Start Critical)。

而當總工期從 52 天增為 53 天時，其要徑分佈情況與歸屬函數則產生了變化其結果如圖 11 所示。當總工期為 53 天時要徑縮減為一條，其構成的作業有 a b c d e f g l m o p q r 等，而其中作業 c、作業 e 為起始要徑(Start Critical)，其完工歸屬函數則增為 69.8%。此一計算結果與一般之工程網圖並無不同，即要徑之數量可能隨著工期的壓縮而增加。

另外由圖 12 可得知，當總工期為 46 天時，要徑由 a b c d e f g i j k m o p q r 等作業所構成。而其中作業 c、作業 e、作業 i 與作業 j 等都是作業的開始時間具有緊急性，而結束時間卻擁有浮時的起始要徑 Start Critical。再由圖 13 之內容可以知道，當總工期增為 47 天時要徑變為 a b c d e f g i j m o p q r，而原先為要徑的 k 作業因有浮時產生而成為一般作業，j 作業則由原來的起始要徑轉變成一般要徑，所以始要徑 Start Critical 只剩作業 c、作業 e 與作業 i 等 3 個作業。從此一現象可得知在本模式的架構之下來進行時程壓縮時，有可能在沒有增加要徑作業的情況下出現要徑的轉換現象。而此現象是傳統網圖在工期壓縮過程中所沒有的，因此欲利用本法來進行壓縮工期時須特別留意工期與要徑間的變化。

2. 總工期與歸屬函數

為了進一步瞭解總工期與其所對應之歸屬函數間的關係，本例假設了各種不同的工期(Z)作為限制條件，並求出其各自所對應的最大完工歸屬函數()，其內容經整理後如表 5 所示。

從表 5 中得知當工期為 37 天時，其相對的歸屬函數值為 0%。這表示在不改變工法及施工順序的情況下，就算對所有的作業進行全面性的趕工，該工程在預定時間內完工的可能性仍然是零。然而隨著總工期(Z)的放大，其相對的完工歸屬函數()也隨之提高。當總工期為 51 天時，其所對應的歸屬函數可達 62.5%。如繼續逐步的增加工期，當總工期達 63 天時，其相對的歸屬函數可達到 100%。也就是說在總工期為 63 天時，整個工程依計畫內容完成的可能性將可達 100%。

由計算的結果得知，當總工期增加或減少時，其歸屬函數()亦隨之增減，而要徑也會因此而改變。其中總工期由 51 天增至 52 天時，其歸屬函數()增加了 4.2%；然而總工期由 42 天增至 43 天時，其歸屬函數()卻只增加了 3.1%。由此可知 的值雖會隨著工期增減，但其比例並不均等。此現象乃因各作業模糊估計所含蓋的時間長短並不相同，而此差異將導致當總工期欲縮短一天時，所有要徑作業之 值的衰減幅度卻不盡相同。如將預測總工期與完工歸屬函數之關係作一整理則可得到圖 14 的結果。由該圖可得知，本例之工期與其所對應之完工歸屬函數

的關係呈現非線性的變化。

總結上述計算結果可知，當總工期愈長時其完成歸屬函數 值愈大。此意味著當工期的程依計劃內容完成的可能性愈高。換言之，如工程在不改變施工計劃的條件下，欲要求以較短的時間完工，則其依約完成的可能性將會降低，而此結果亦相當符合一般的工程常態。因此使用本法來進行排程作業時，管理者在規劃階段即可透過方案之完成歸屬函數值，來檢視其排程內容的可行性及合理性。

六、結論

本研究以模糊理論為基礎建立了五種作業工期的估計方式，可有效的提供工程規劃人員一個更合理的施工排程方法。工程人員可依其本身的經驗針對現場的實際施工狀況、各個作業的施工特性以及施工期間可能遭遇的不確定影響因素等加以詳細地考慮，以模糊但合理的方式估計各個作業的工期。如此，因傳統排程方式無法顧及的各類不確定影響因素及其所造成的工期誤差將可獲得改善，進而有效地提升計劃階段的排程精度。

為了因應作業工期採用模糊估計所產生的複雜計算問題，本文建構了以線性規劃法為基礎的計算模式，如此便可輕易的利用電腦軟體來解決計算上問題。此外，為有效提升本法的實用性，方便工程管理者直接應用，在作業順序關係上則採用了一般較為熟知的傳統 PDM 網圖模式，最後並將整體之計算流程整理成圖 15 之內容。

一般營造業者取得工程後必須在合約工期的限制下來進行排程作業，在此情況下大多數排程計劃的總工期均被強行安排成滿足合約的要求，然而其排程內容的合理性及可行性卻並未被檢討。為改善此一缺失，本法將合約工期設定成限制條件後對完成歸屬函數 求極大值。此即意味著本排程方式除了在工期上能滿足合約要求之外，亦可同時求得該工期內完成可行性最高的時程方案。

本案例的計算結果呈現當總工期愈長時其完成歸屬函數 值愈大的現象，這表示當計劃工期愈長時工程依計劃內容完成的可能性愈高，反之亦然。此一特性可讓管理者在施工規劃階段即可得知工程依其排程內容完工的可能性。如工程尚處在設計階段或發包前，則 值可提供設計者用來檢視其所設定合約工期的合理性。如此可避免業主或設計者因一昧的追求提早完工，而定出不合理的工期要求。

七、參考文獻

1. 羅醒亞(1992)，營建工程管理與實務，第 129 – 184 頁，詹氏書局，台北。
2. 劉福勳(1998)，實用工程進度規劃與管理，第 10-1 – 10-12 頁，詹氏書局，新竹。
3. 古成(2000)，PRIMAVERA PROJECT PLANNER，普盈管理顧問股份有限公司，台北。
4. 鄭資嚴視窗研究室(1998)，PROJECT 98 專案管理與應用，儒林圖書有限公司，台北。
5. 井上洋、天笠美知著，陳耀茂譯(1999)，模糊理論，第 89 – 115 頁，文笙書局，台北。
6. 樽木武(1989)，土木計，第 1 – 40 頁，森北出版 檳租本。
7. Ayyub, B. M. and Haldar. A. (1984), "Project Scheduling Using Fuzzy Set Concepts", J. Constr. Engrg. and Mgmt., Vol. 110, pp. 189-203.
8. AbouRizk, S. M. and Halpin, D. W.(1992), "Statistical Properties of Construction Data", J. C onstr. Engrg. and Mgmt., Vol. 118, pp.525-544.
9. Hendrickson, C. and Au, T. (1989)," Project Management for Construction", Prentice Hall , Englewood Cliffs, N. J..
10. Diaz, C. F. and Hadipriono, F. C. (1993)," Nondeterministic network methods", J. Constr. Engrg. and Mgmt., Vol. 119, pp.40-57.

91年9月16日投稿

91年10月4日接受

表 1 作業節點符號說明

Table 1 Description of Activity Nodes

Time	作業需時		信賴指數
ES	作業最早開始時間	a	作業可能最短時間
LS	作業最遲開始時間	b	作業最有可能完成時間
EF	作業最早結束時間	c	作業最有可能完成時間
LF	作業最遲結束時間	d	作業可能最長時間
NO.	作業代碼	-	-

表 2 案例網圖之作業資料

Table 2 Activities' Time Estimation of Example Network

作業	類型	a	b	c	d	後續作業
a	1	1	1	1	1	FSa,b(0)
b	4	3	4	14	25	FSb,c(0)
c	3	1	-	-	5	FSc,e(0) ; SSc,d(+1.5)
d	5	2	6	6	12	FSd,e(0)
e	3	3	-	-	9	SSe,f(+2) ; FSe,g(0)
f	3	4	-	-	10	FSf,g(0)
g	1	2	2	2	2	FSg,h(+3) ; FSg,i(+3) ;
h	5	2	5	5	15	FSh,m(0)
i	5	3	9	9	11	FSi,m(0) ; SSi,j(+2)
j	5	3	7	7	11	FSj,m(0) ; SSj,k(+1.5)
k	3	3	-	-	8	FSk,m(0)
l	2	3	-	-	14	FSl,m(0)
m	1	1	1	1	1	FSm,n(0) ; FSm,o(+4)
n	2	4	-	-	14	FSn,r(0)
o	4	2	10	14	25	FSo,p(0)
p	3	3	-	-	11	FSp,q(0)
q	5	2	9	9	17	FSq,r(0)
r	1	1	1	1	1	

表 3 模糊作業工期方程式

Table 3 Equations of Fuzzy Activity Duration

Maximiz	$f = I$
Subject	$S_a = 0$
作業 a	$Fa - Sa - ta \geq 0 \quad Fa - Sa = 1$
作業 b	$Fb - Sb - tb \geq 0 \quad Fb - Sb - I \geq 3 \quad Fb - Sb + 11I \leq 25$
作業 c	$Fc - Sc - tc \geq 0 \quad Fc - Sc - 4I \geq 1 \quad Fc - Sc \leq 5$
作業 d	$Fd - Sd - td \geq 0 \quad Fd - Sd - 4I \geq 2 \quad Fd - Sd + 6I \leq 12$
作業 e	$Fe - Se - te \geq 0 \quad Fe - Se + 6I \leq 9 \quad Fe - Se \geq 3$
作業 f	$Ff - Sf - tf \geq 0 \quad Ff - Sf + 6I \leq 10 \quad Ff - Sf \geq 4$
作業 g	$Fg - Sg - tg \geq 0 \quad Sl - Fg \geq 0 \quad Fg - Sg = 2$
作業 h	$Fh - Sh - th \geq 0 \quad Fh - Sh - 3I \geq 2 \quad Fh - Sh + 10I \leq 15$
作業 i	$Fi - Si - ti \geq 0 \quad Fi - Si - 5I \geq 3 \quad Fi - Si + 2I \leq 10$
作業 j	$Fj - Sj - tj \geq 0 \quad Fj - Sj - 3I \geq 3 \quad Fj - Sj + 4I \leq 11$
作業 k	$Fk - Sk - tk \geq 0 \quad Fk - Sk + 5I \leq 8 \quad Fk - Sk \geq 3$
作業 l	$Fl - Sl - tl \geq 0 \quad Fl - Sl - 11I \geq 3 \quad Fl - Sl \leq 14$
作業 m	$Fm - Sm - tm \geq 0 \quad Fm - Sm = 1$
作業 n	$Fn - Sn - tn \geq 0 \quad Fn - Sn - 10I \geq 4 \quad Fn - Sn \leq 14$
作業 o	$Fo - So - to \geq 0 \quad Fo - So - 8I \geq 2 \quad Fo - So + 11I \leq 25$
作業 p	$Fp - Sp - tp \geq 0 \quad Fp - Sp + 8I \leq 11 \quad Fp - Sp \geq 3$
作業 q	$Fq - Sq - tq \geq 0 \quad Fq - Sq - 7I \geq 2 \quad Fq - Sq + 8I \leq 17$
作業 r	$Fr - Sr - tr \geq 0 \quad Fr - Sr = 1$
$F_{END} \leq Z$	$Fr \leq Z$ (Z為合約工期)
And	$F_w, S_w, t_w \geq 0$

表 4 作業間之延遲時間

Table 4 Lag Times Among Project Activities

順序關係及延遲時間	計算式	順序關係及延遲時間	計算式
FSa,b(0)	$Sb - Fa \geq 0$	FSi,m(0)	$Sm - Fi \geq 0$
FSb,c(0)	$Sc - Fb \geq 0$	SSi,j(+2)	$Sj - Si \geq 2$
FSc,e(0)	$Se - Fc \geq 0$	FSj,m(0)	$Sm - Fj \geq 0$
SSc,d(+1.5)	$Sd - Sc \geq 1.5$	SSj,k(+1.5)	$Sk - Sj \geq 1.5$
FSd,e(0)	$Se - Fd \geq 0$	FSk,m(0)	$Sm - Fk \geq 0$
SSe,f(+2)	$Sf - Se \geq 2$	FSl,m(0)	$Sm - Fl \geq 0$
FSe,g(0)	$Sg - Fe \geq 0$	FSm,n(0)	$Sn - Fm \geq 0$
FSf,g(0)	$Sg - Ff \geq 0$	FSm,o(+4)	$So - Fm \geq 4$
FSg,h(+3)	$Sh - Fg \geq 3$	FSn,r(0)	$Sr - Fn \geq 0$
FSg,i(+3)	$Si - Fg \geq 3$	FSo,p(0)	$Sp - Fo \geq 0$
FSg,l(0)	$Sl - Fg \geq 0$	FSp,q(0)	$Sq - Fp \geq 0$
FSh,m(0)	$Sm - Fh \geq 0$	FSq,r(0)	$Sr - Fq \geq 0$

表 5 總工期與相對之歸屬函數

Table 5 Project Durations with Values of Membership Function

信心水準 (%)	專案總工期 (天)	信心水準 (%)	專案總工期 (天)
0	37	62.5	51
2.4	38	66.7	52
7.3	39	69.8	53
12.2	40	73	54
17.1	41	76.2	55
22	42	79.4	56
26.8	43	82.5	57
31.7	44	85.7	58
36.6	45	88.9	59
41.5	46	92.1	60
45.8	47	95.2	61
50	48	98.4	62
54.2	49	100	63
58.3	50	-	-

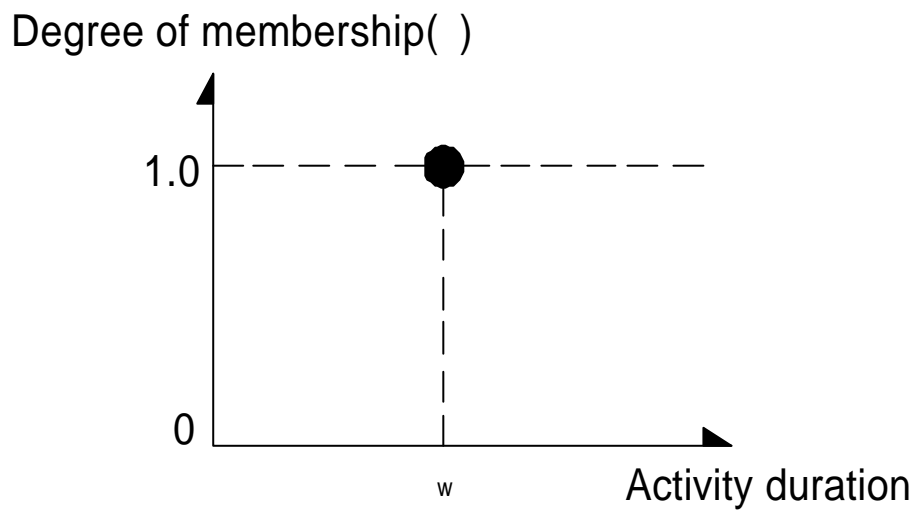


圖 1 模糊作業時間估計-類型 1

Fig 1 Membership Function of Fuzzy Duration – Type 1

Degree of membership()

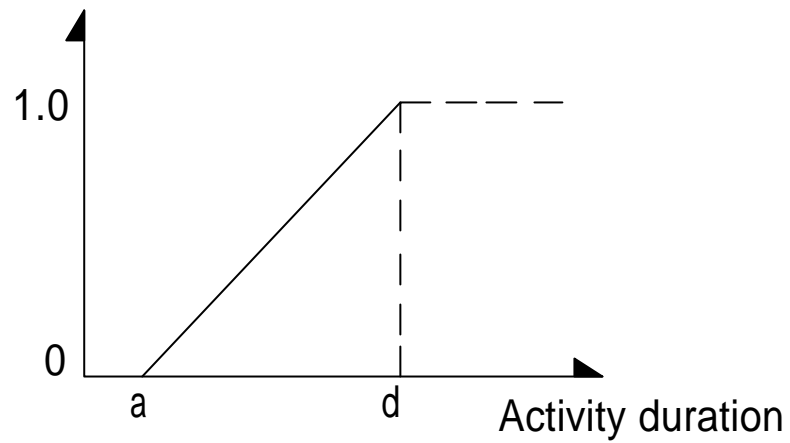


圖 2 模糊作業時間估計-類型 2

Fig 2 Membership Function of Fuzzy Duration – Type 2

Degree of membership()

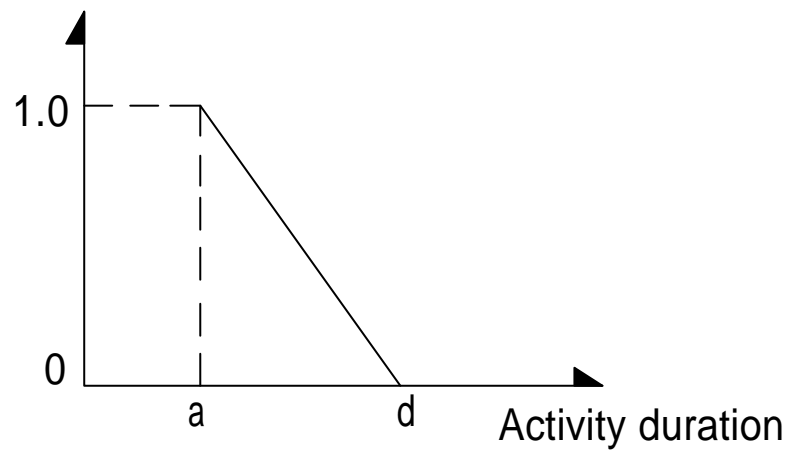


圖 3 模糊作業時間估計-類型 3

Fig 3 Membership Function of Fuzzy Duration – Type 3

Degree of membership()

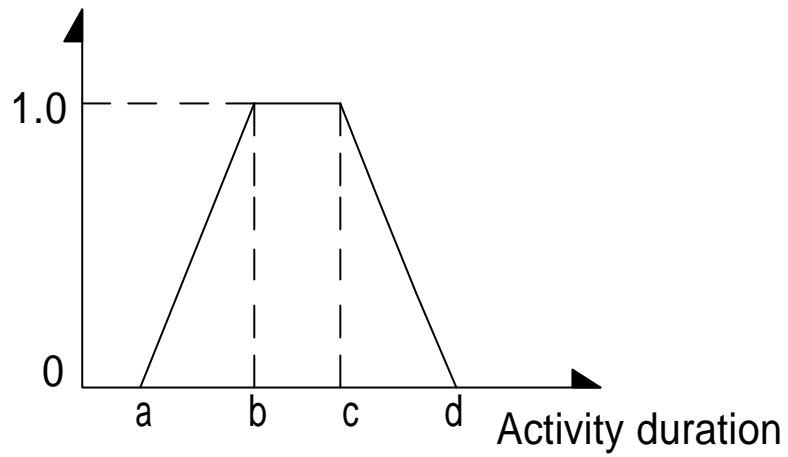


圖 4 模糊作業時間估計-類型 4

Fig 4 Membership Functino of Fuzzy Duration – Type 4

Degree of membership()

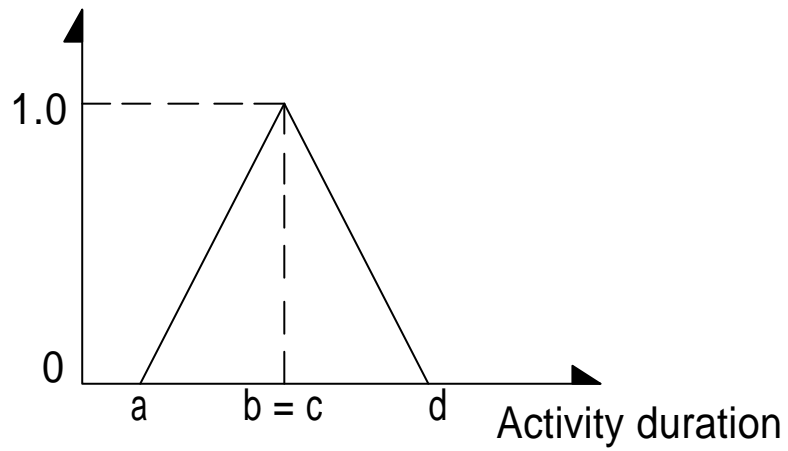


圖 5 模糊作業時間估計-類型 5

Fig 5 Membership Functino of Fuzzy Duration – Type 5

ES		EF	
LS		LF	
		NO.	Time
a	b	c	d

圖 6 模糊作業時間估計之網圖節點

Fig 6 Node of Fuzzy Time Estimation

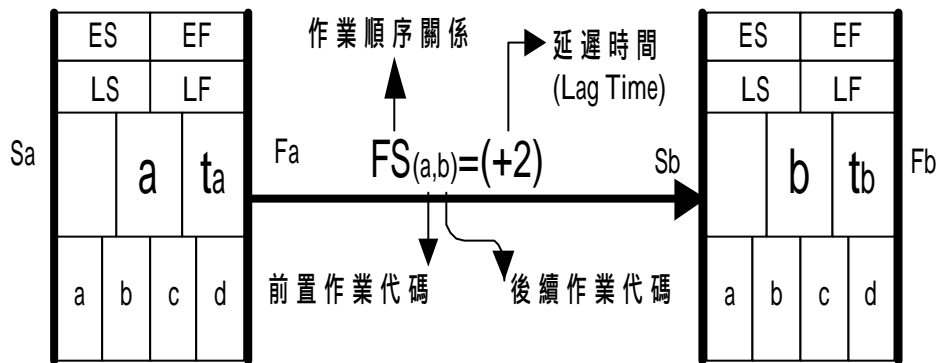


圖 7 作業網圖順序關係

Fig 7 Precedence Relationship Among Activities

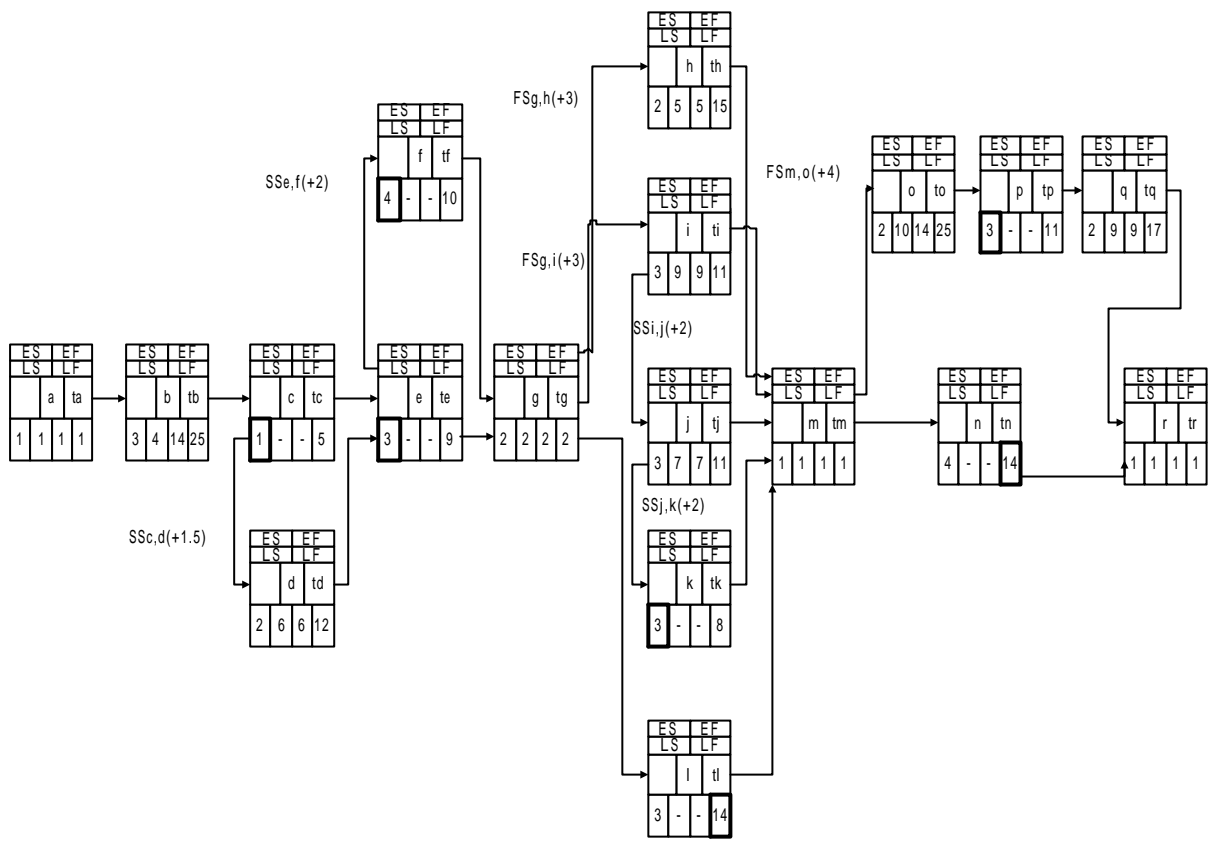


圖 8 案例網圖及各作業之模糊預估工期

Fig 8 Fuzzy Estimated Duration of Project Activities

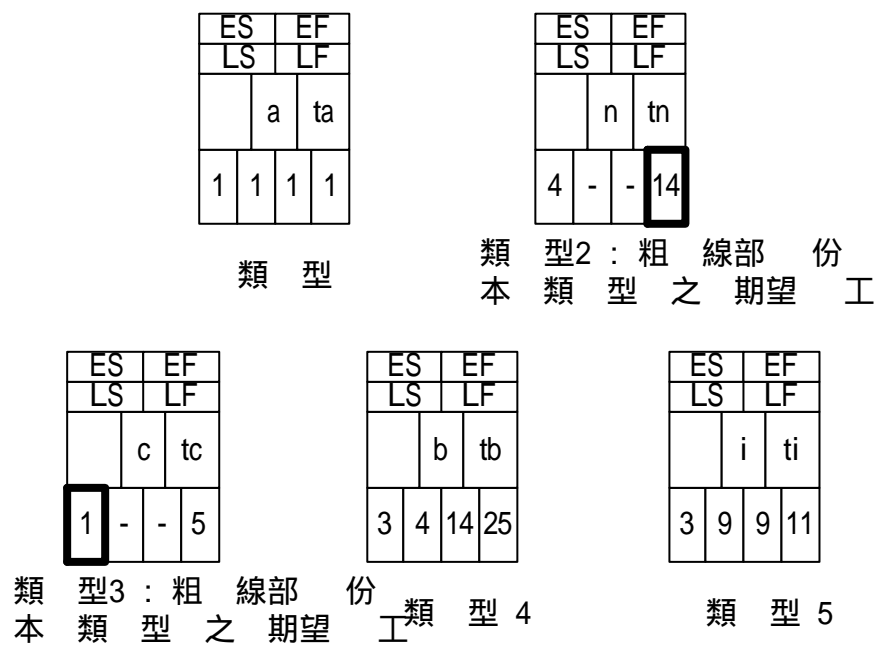


圖 9 各類型之作業節點

Fig 9 Types of Activity Duration

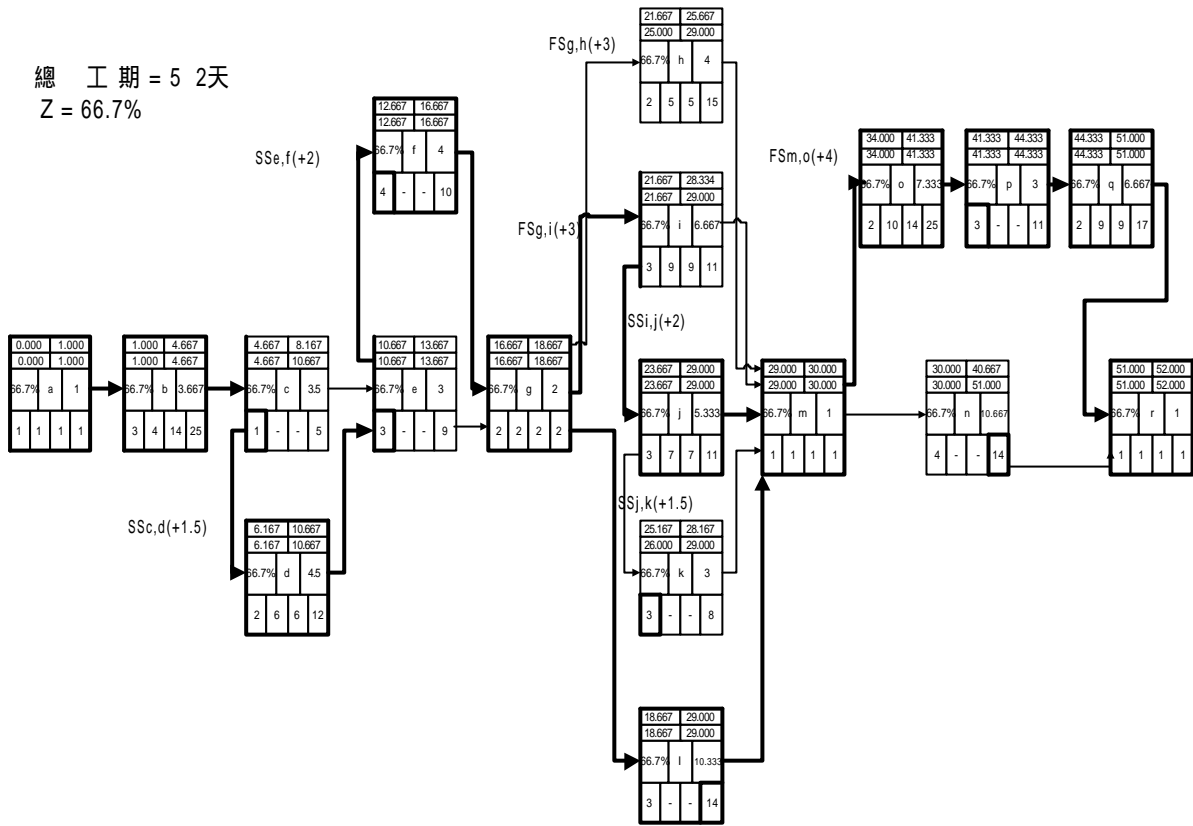


圖 10 總工期為 52 天時之作業時程與要徑分佈

Fig 10 Critical Path Calculations, when Project Duration =52

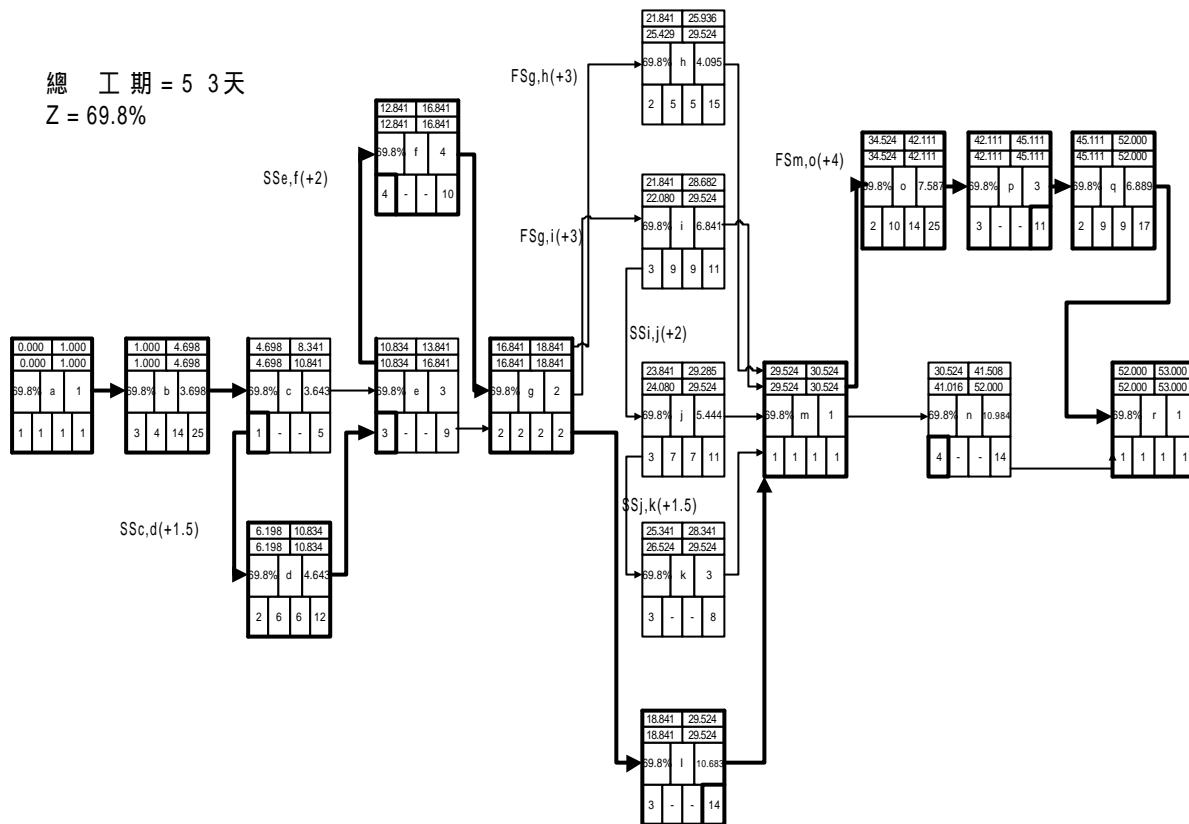


圖 11 總工期為 53 天之作業時程與要徑分佈

Fig 11 Critical Path Calculations, when Project Duration =53

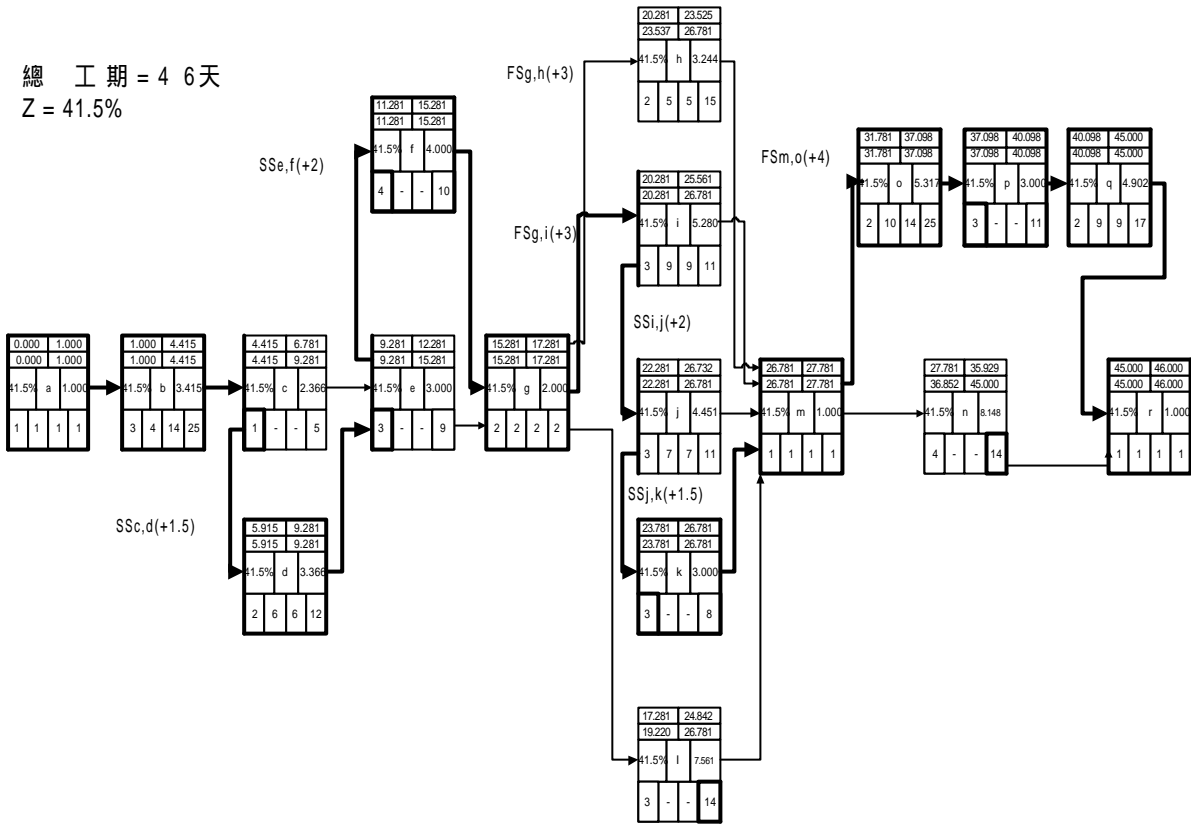


圖 12 總工期為 46 天時之作業時程與要徑分佈

Fig 12 Critical Path Calculations, when Project Duration =46

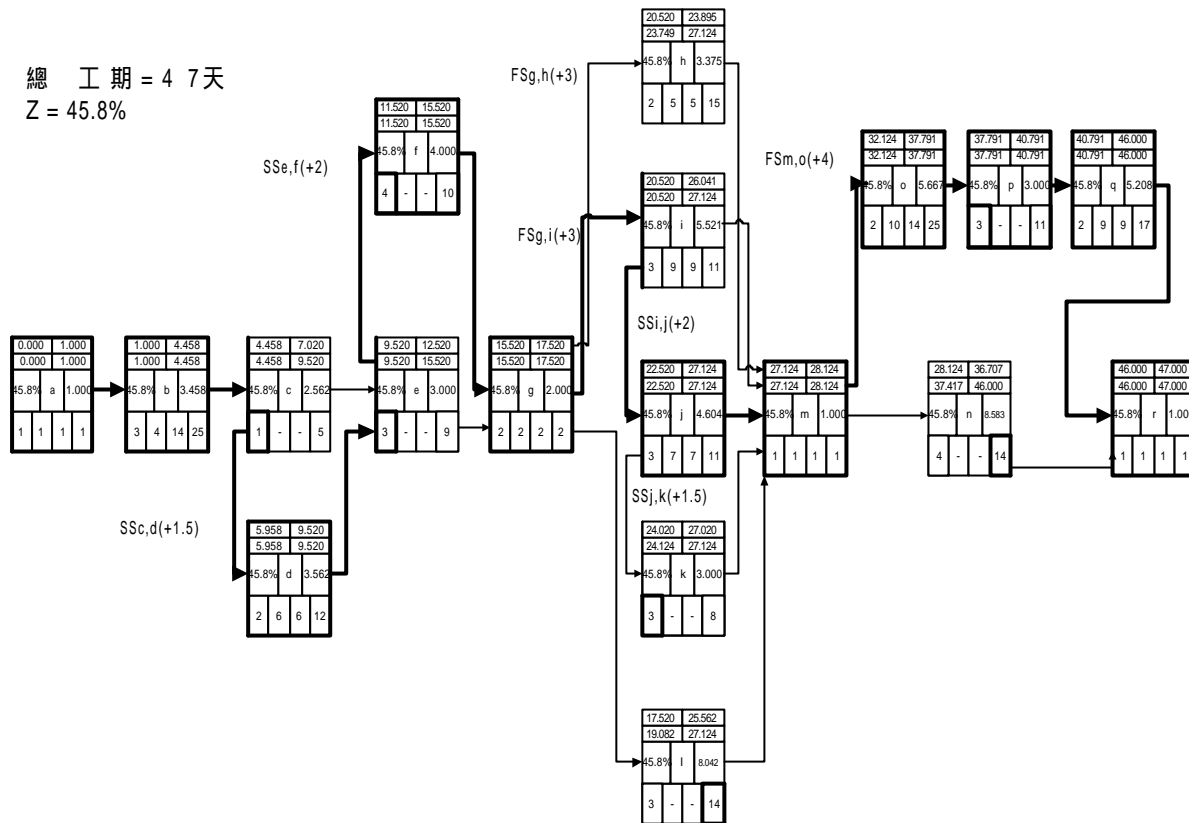


圖 13 總工期為 47 天時之作業時程與要徑分佈

Fig 13 Critical Path Calculations, when Project Duration = 47

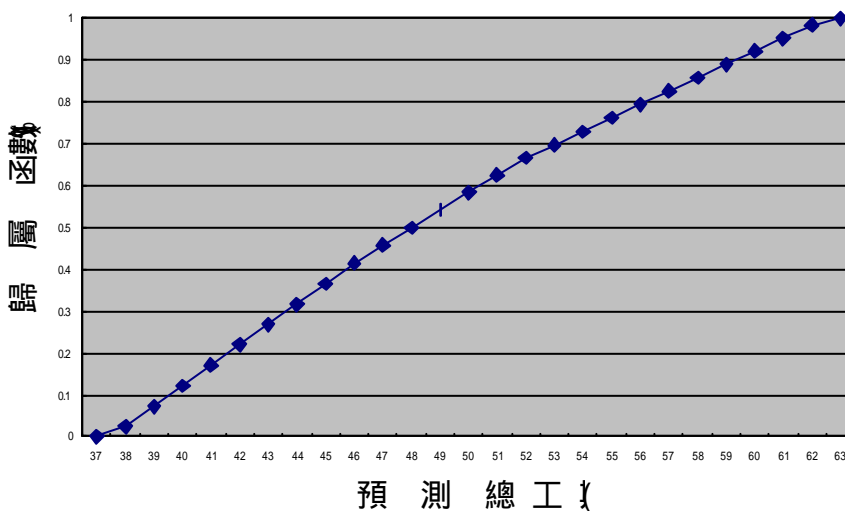


圖 14 預測總工期(Z)與完成歸屬函數()之關係

Fig 14 Relationship Between Project Duration and Memship Function

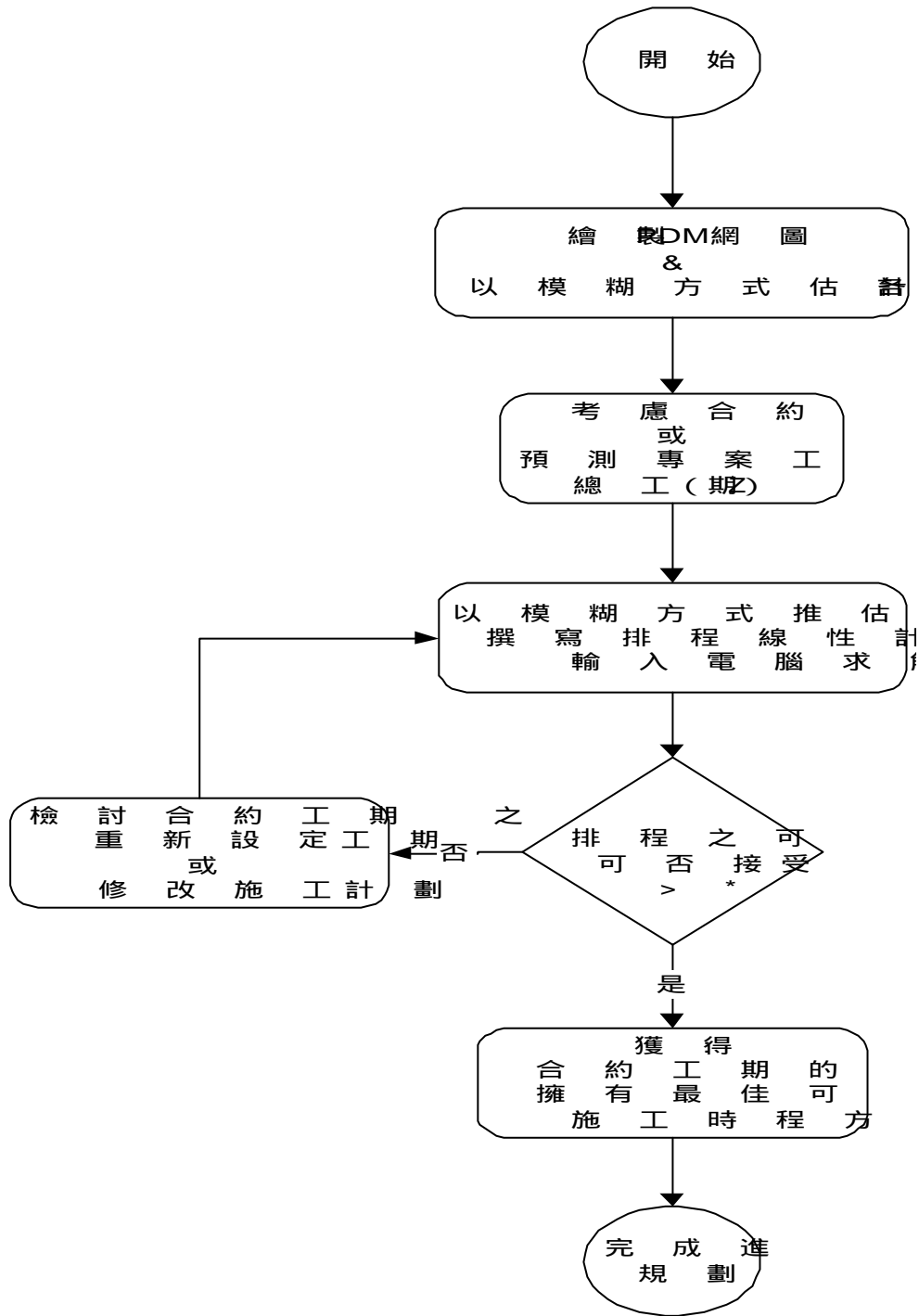


圖 15 模糊施工排程之流程

Fig 15 System of Fuzzy Scheduling