

解下列各題，每題 10 分

1. 解  $\int \frac{x}{4+x^2} dx$

2. 解  $\int \tan x \sec^4 x dx$

3. 解  $(x + y \cos x) dx + \sin x dy = 0$

4. 解  $xy' + (1+x)y = e^{-x}$

5. 解  $y'' - 4y = 8x^2 - 2x$

6. 解  $y'' - 3y' + 2y = 2xe^{3x} + 3\sin x$

7. 解  $(6xy + 5y^4)dx + (4x^2 + 7xy^3)dy = 0$

8. 試證明：
$$\int e^{at} \cos(bt) dt = \frac{e^{at}}{a^2 + b^2} [a \cos(bt) + b \sin(bt)] + c$$

9. 求下式拉普拉斯轉換：

$$2t^2 + 4e^{3t} - \sin(3t)$$

10. 以拉普拉斯法解下列方程式：

$$y'' - 3y' + 2y = 4e^{2t}, \quad y(0) = -3, y'(0) = 5$$