

國 立 宜 蘭 大 學

104 學年度轉學招生考試

(考生填寫)

准考證號碼：

工程數學試題

《作答注意事項》

- 1.請先檢查准考證號碼、座位號碼及答案卷號碼是否相符。
- 2.考試時間：80 分鐘。
- 3.本試卷共有選擇(是非)題十題，一題五分，非選擇題五題，一題十分
共計 100 分。
- 4.請將答案寫在答案卷上（於本試題上作答者，不予計分）。
- 5.考試中禁止使用手機或其他通信設備。
- 6.考試後，請將試題卷及答案卷一併繳交。
- 7.應試時不得使用電子計算機。

(一) 選擇(是非)題(每題五分，合計五十分)

(1) $\cos(x+y)dx + (3y^2 + 2y + \cos(x+y))dy = 0$ 之解為 $\sin(x+y) + y^3 + y^2 = c$?

(2) $d\left(\ln\frac{x}{y}\right) = \frac{-ydx + xdy}{xy}$?

(3) $f(t) = 1$ 與 $f(t) = u(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$ 的拉氏轉換(Laplace transform)不同?

(4) $\frac{dy}{dt} + y \tan x = \sin 2x, y(0) = 1$ 的解為 $y(x) = 2 \cos x - \cos^2 x$?

(5) $\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 2y = 2$ 的解也可表為 $y(x) = 1 + e^{-x}(c_1 e^{ix} + c_2 e^{-ix})$?

(6) 若 a, b 為常數，尤拉-高斯方程式 $x^2 \frac{d^2y}{dx^2} + ax \frac{dy}{dx} + by = 0$ 求通解之輔助方程式(auxiliary equation)為 $m^2 + am + b = 0$?

(7) $f(t) = e^{at} \cos \omega t$ 的拉氏轉換為 $\frac{s+a}{(s+a)^2 + \omega^2}$?

(8) $\delta(t-a) = \begin{cases} \infty & t = a \\ 0 & t \neq a \end{cases}$ 的拉氏轉換為 $a \cdot e^{-as}$?

(9) 若 $f(t)$ 拉氏轉換為 $F(s)$ ，而且 $\frac{1}{t} f(t)$ 拉氏轉換為 $\int_s^\infty F(u)du$ ，則可得 $\int_0^\infty \frac{\sin t}{t} dt = \pi$?

(10) $f(t) = \frac{\sin kt - kt \cos kt}{2k^3}$ 的拉氏轉換為 $\frac{1}{(s^2 + k^2)^2}$?

(二) 非選擇題(每題十分，合計五十分)

(1) 解 ODE: $\frac{d^2y}{dx^2} + \frac{dy}{dx} - 2y = 0; y(0) = .4, y'(0) = 1$

(2) 以 Power-series method 來解 DE: $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 1$ ，並證明此解與 $y(x) = -1 + c_1 e^x + c_2 e^{-x}$ 是相同解。

(3) 試求週期函數 $f(x) = \begin{cases} -k & -\pi < x < 0 \\ k & 0 < x < \pi \end{cases}$ ，而且 $f(x+2\pi) = f(x)$ 之傅立葉級數。

(4) 證明 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots$ 收斂，由上題(3)結果來求此收斂值為何?

(5) 解 Sturm-Liouville problem: $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0; y(0) = 0, y(\pi) = 0$