國 立 宜 蘭 大 學

104 學年度研究所碩士班考試入學

工程數學試題

（電子工程學系碩士班）

准考證號碼：

《作答注意事項》

1. 請先檢查准考證號碼、座位號碼及答案卷號碼是否相符。
2. 考試時間：100 分鐘。
3. 本試卷共有單選題 5 題，一題 5 分，多選題 6 題，一題 6 分；計算題 3 題，第一題 15 分，第二、三題 12 分，共計 100 分。
4. 請將答案寫在答案卷上。
5. 考試中禁止使用大哥大或其他通信設備。
6. 考試後，請將試題卷及答案卷一併繳交。
7. 本試卷採雙面影印，請勿漏答。
8. 應試時不得使用電子計算機。

Part I. 單選題（共25分，每題5分，答錯不倒扣）

1. If $(kx^2ye^y)dx+(x^3e^yy+x^3e^y)dy=0$ is exact, $k=$？ (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) -2 (E) -3.

2. The complete solution for $xy'+x=0,\ \ y(0)=-2$ is (A) $c(1+x)e^{2x}$ (B) $2x-1+e^{-2x}$

   (C) $y=e^{-x}(\cos 2x+\sin 2x)$ (D) $-1+2x^3$ (E) $-\sqrt{4-x^2}$.

3. Let $M(f)$ be the Fourier transform of $m(t)$, the Fourier transform of $m(2t)\cos(2\pi f_c t)$ is (A) $\frac{1}{4}[M(\frac{f}{2}+f_c)+M(\frac{f}{2}-f_c)]$ (B) $\frac{1}{2}[M(f+f_c)+M(f-f_c)]$ (C) $M(2f)\cos(2\pi f_c f)$ (D) $[M(2f+f_c)-M(2f-f_c)]$ (E) $2[M(2f+f_c)+M(2f-f_c)]$.

4. Given that $A=\begin{bmatrix}1&2&3&-4&0\\3&4&11&8&0\\1&1&4&2&0\end{bmatrix}$, then the rank of A equals (A)1 (B)2 (C)3 (D)4 (E)5.

5. For what value a, does the system $\begin{cases}x+4y-3z=0\\3x+2y+z=10\\y+az=-2\end{cases}$ have no solution？ $a=$ (A) -1 (B) 1

   (C) 2 (D) -2 (E) 3.

Part II. 多選題（共36分，每題有至少1個以上答案，完全正確6分，非完全正確時每個選項答對計2分，答錯倒扣1分，至多扣至該題以0分計。）

6. Which of the following system is under-damped？ (A) $2y''+3y=0$ (B) $3y''+2y'+y=0$ (C) $y''+y'+4y=e^{-2x}$ (D) $x^2y''-3xy'+4y=0$ (E) $y''-2y'+y=0$.

7. The inverse Laplace transform of the given function $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{2s-5}{s^2+16}\right\}=a_0+a_1\cos b_1t+a_2\sin b_2t$, then (A) $a_0=1$ (B) $a_1=2$ (C) $a_2=-5$ (D) $b_1=4$ (E) $b_1=b_2$.

8. If the solution to the differential equations $\begin{cases}x'+y'-x-2y=0\\x'+2y'-5x-7y=e^{-t}\end{cases}$ is presented as

   $x(t)=c_1e^{at}+c_2e^{bt}+x_p,\ \ y(t)=c_3e^{at}+c_4e^{bt}+y_p$, then (A) $a=c$ (B) $a=3$ (C) $x_p=\frac{3}{4}te^{-t}$

   (D) $x_p=\frac{2}{3}te^{-t}$ (E) $y_p=\frac{1}{2}te^{-t}$.

(翻頁仍有試題)

背面尚有試題

9. A square matrix $\boldsymbol{A}$ is transformed into another matrix $\boldsymbol{B}$ by $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{C}$, where $\boldsymbol{C}$ is an invertible matrix. Among the following descriptions, which is incorrect? (A) rank($\boldsymbol{A}$) = rank($\boldsymbol{B}$) (B) trace($\boldsymbol{A}$) = trace($\boldsymbol{B}$) (C) the eigenvalues of $\boldsymbol{A}$ and $\boldsymbol{B}$ are identical (D) $\boldsymbol{A}^{-1}$ and $\boldsymbol{B}^{-1}$ are similar if and only if $\boldsymbol{A}$ is singular (E) $\boldsymbol{A}$ is nonsingular if and only if $\boldsymbol{B}$ is nonsingular.

10. Let $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & 1\\ 0 & -1 & 3\\ 0 & 0 & 2\end{bmatrix}$, then (A) $\det\{A\}=-2$ (B) $\det\{A^t\}=2$ (C) $\det\left(A^{-1}\right)=1/2$ (D) $\det\{2A\}=-16$ (E) $\det\{2A^t\left(A^{-1}\right)^2\}=-4$.

11. Which of the following following is an orthogonal set of vectors?

(A) $\{(1,4,2),(-2,-1,3),(6,-1,-1)\}$ (B) $\{(2,0,0),(0,3,4),(0,4,-3)\}$ (C) $\{(1,2,0,3),(-2,1,-5,-2),(4,1,0,-2)\}$ (D) $\{(2,2,1),(-2,1,2),(1,-2,2)\}$ (E) $\{(16,2,3,13),(5,-11,10,-8),(-9,7,6,-12)\}$.

Part III. 計算題（共39分）

1. Solve the initial-value problem $y''-2y'+y=e^x\sin x$, $y(0)=1$, $y'(0)=0$ and $y_p=-e^x\sin x$. (15分)

2. Let $T=T_2\circ T_1$ and $T_1(x,y)=(-y,2x+y,x)$, $T_2(x,y,z)=(-x,x+y,2y-z)$. Find an equation for T and use it to determine the image of (2, 3) under T (12分).

3. Let $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 1 & 4\end{bmatrix}$, find a diagonal matrix D and an orthogonal matrix S such that $A=SDS^{-1}$. (12分)

※ 注意：請在答案卷上作答，寫在試題卷之答案不予採計。