

國 立 宜 蘭 大 學

1 0 4 學 年 度 研 究 所 碩 士 班 考 試 入 學

工程數學試題

(土 木 工 程 學 系 碩 士 班 甲 組)

准考證號碼：

《作答注意事項》

- 1.請先檢查准考證號碼、座位號碼及答案卷號碼是否相符。
- 2.考試時間：100 分鐘。
- 3.本試卷共有 5 題，一題 20 分，共計 100 分。
- 4.請將答案寫在答案卷上。
- 5.考試中禁止使用大哥大或其他通信設備。
- 6.考試後，請將試題卷及答案卷一併繳交。
- 7.本考科可使用非程式型（不具備儲存程式功能）之電子計算機。

1. 20% 解 Riccati's DE $y' = -\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}y + y^2$, 已知一特解 $y_1 = \frac{1}{x}$

2. 20% 一位置向量 $\vec{r}(t) = (3 \cos t)\vec{i} + (3 \sin t)\vec{j} + 4t\vec{k}$,

(1) 若 $0 \leq t \leq 2$ 求路徑長度 l 5%

(2) 求在任一時刻 t 的單位切向量 \vec{T} , 單位法向量 \vec{N} , 單位副法向量 \vec{B} , 曲率 k 15%

3. 20% 已知一矩陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$

(1) 求出 A 的特徵方程式、特徵值與特徵向量 6%

(2) 以對角化方法求 A^3 4%

(3) 求矩陣函數 $\sin(A)$ 4%

(4) 解出 $\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 5x_1 + x_2 \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 + 5x_2 \end{cases}$ 6%

4. 20% 微分方程式 $y'' + 6y' + 5y = \delta(t-3)$, 使用 Fourier Transform 求 $y_p(t)$

5. 20% 微分方程式 $y'' + y = 4\delta(t-2\pi)$, 受起始條件 $y(0) = 0, y'(0) = 0$, 試以 Laplace Transform 求解