

# 國立宜蘭大學

102 學年度研究所碩士班考試入學

## 工程數學試題

(機械與機電工程學系碩士班)

准考證號碼：

---

### 《作答注意事項》

1. 請先檢查准考證號碼、座位號碼及答案卷號碼是否相符。
2. 考試時間：100 分鐘。
3. 本試卷共有四題，每一題 25 分，共計 100 分。
4. 請將答案寫在答案卷上。
5. 考試中禁止使用大哥大或其他通信設備。
6. 考試後，請將試題卷及答案卷一併繳交。
7. 應試時不得使用電子計算機。

1. Try to solve the analytic solution of partial differential equation (25%)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

with initial and boundary conditions specified below

$$t = 0, \quad T = 0$$

$$x = 0, \quad T = 1$$

$$x = 1, \quad T = 2$$

2. Identify the nature of the singular points of the following equations: (25%)

(a)  $x^2 y'' + xy' + (x^2 - n^2)y = 0$

(b)  $(1 - x^2)y'' - 2xy' + n(n+1)y = 0, \quad (n = 0, 1, 2, \dots)$

3. Please solve the following differential equation. (25%)

$$\frac{d}{dx} \left[ \frac{1}{x} \frac{d}{dx} (yx) \right] = cx$$

4. 求下列二方陣的特徵值(eigenvalues)與特徵向量(eigenvectors)，並將其對角化(diagonalize)，如無法對角化，說明其原因。(25%)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -3 & 1 & -1 \\ -7 & 5 & -1 \\ -6 & 6 & -2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 11 & -4 & -7 \\ 7 & -2 & -5 \\ 10 & -4 & -6 \end{bmatrix}$$