

# 國立宜蘭大學

101 學年度研究所碩士班考試入學

## 工程數學試題

(土木工程學系碩士班甲組)

准考證號碼：

---

### 《作答注意事項》

1. 請先檢查准考證號碼、座位號碼及答案卷號碼是否相符。
2. 考試時間：100 分鐘。
3. 本試卷共有四題，共計 100 分。
4. 請將答案寫在答案卷上。
5. 考試中禁止使用大哥大或其他通信設備。
6. 考試後，請將試題卷及答案卷一併繳交。
7. 本考科可使用非程式型（不具備儲存程式功能）之電子計算機。

1. 30% 已知一矩陣  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

- (1) 求  $\text{rank}(A)$  5 %
- (2) 以伴隨矩陣法(adjoint method)求  $A^{-1}$  5%
- (3) 求出  $A$  的特徵值與特徵向量 10%
- (4) 求  $A$  的特徵向量矩陣  $P$  的反矩陣  $P^{-1}$  5%
- (5) 以  $P$  當基底矩陣將  $A$  作相似轉換，計算  $P^{-1}AP$  5%

2. 20% 解 Bernoulli DE  $x^2y' - 2xy = 3y^4$

3. 20%  $f(t) = H(t)e^{-at}$ ,  $H(t)$  is the Heaviside function,  $a > 0$ .

(1) Compute  $F(w)$ . 10%

(2) Solve  $y_p(x)$  of  $y''(t) + 3y'(t) + 2y(t) = H(t)e^{-4t}$  using the Fourier transform. 10%

4. 30%  $f(x, y, z) = xy^3 - 3x^2y + z$ ,  $\vec{u} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 4\vec{k}$

(1) 試証  $f$  是否滿足 Laplace equation  $\nabla^2 f = 0$ ? 10%

(2) 求  $f$  在點(1,2,1)的變化最快的方向及變化最大的值 10%

求  $f$  在點(1,2,1)往  $\vec{u}$  的方向導數  $D_{\vec{u}}f(1,2,1)$  10%