

基因演算法於二維潛翼之最佳形狀設計

歐陽慧濤¹ 喻新²

國立宜蘭大學土木工程學系助理教授
國立宜蘭大學土木工程學系副教授

摘 要

本文主要目的在應用基因演算法發展一套自動化設計方法以搜尋二維潛翼的最佳斷面形狀。本文發展一套適當方法將潛翼形狀轉換為一組參數，經轉換後，尋找最佳潛翼形狀的程序，成為求解此參數的最佳化問題。而此最佳化問題之求解，則應用本文發展之改良型基因演算法不斷演化而得。最後結果顯示，以此方法所獲得之潛翼最佳形狀效率非常良好，不但擁有高昇力，且其阻力亦相當低。

關鍵詞：基因演算法、潛翼、最佳形狀

Design Optimization of Two-Dimensional Hydrofoil by The Application of Genetic Algorithm

Huei-Tau Ouyang¹ Hsin Yu²

1. Assistant professor Department of civil engineering, National Ilan university
2. Associate professor Department of civil engineering, National Ilan university

ABSTRACT

A numerical procedure for shape optimization of a 2D hydrofoil by means of a genetic algorithm is described. A formula utilizing two Bezier splines for the construction of the foil shape is introduced. The search for the optimal shape is translated to one of determining the coordinates of the vertex points of the two Bezier splines which control the upper and lower surface of the foil. A Modified Genetic Algorithm (MGA) is developed to serve as an optimization tool. The developed methodology is applied to the determination of hydrofoil shapes under a proper objective function. The shape produced by the genetic algorithm yields fairly good performance with high lift and low drag.

Key Words: genetic algorithm, hydrofoil, design optimization

前言

基因演算法的主要理論基礎乃是根據達爾文 (Darwin, 1859) 的自然天擇學說發展而成。其主要原理為：一個群體中最適應環境的個體可獲得最大的生存機會。自從 Holland (1973) 根據此原理發展出穩固的數學基礎後，基因演算法已經被廣泛地應用在各領域，用以求解以往傳統方法無法解決的問題。在基因演算法中，一個群體中的個體被視為欲求解問題的一個可能解，這些個體可根據他們在目標函數及限制條件下（即演化論中的“環境”）的表現加以評比。表現越佳者，獲得越大機會將其基因傳遞至下一代。經由此一程序，整個族群的整體表現將逐漸演化而進步。經過數代的演化後，一個最佳個體最終將會出現，此最佳個體即為欲求解問題的最佳解。此最佳化求解程序背後的機制為：最適應環境的個體必定擁有某些特質幫助其在該環境中生存，而這些特質則隱性地儲存在這些個體的基因中，因此，將這些最適應環境者的基因保存並加以組合後，極有可能產生出更適應該環境的下一代個體，亦即該問題的較佳解答。此機制即為基因演算法的基礎原理。

傳統的最佳化問題求解法如最大梯度法等雖然已經發展許久並被廣泛地應用在各個領域中，但仍有其根本上的限制。基本上，應用此類方法時需要計算目標函數對應每一個變數的導數，依據此資料得到該點的最大梯度，並根據此梯度一步一步尋找下一個較佳的解答，最終可獲致一最佳解。這些方法的最大限制在於最後獲得的最佳解為區域最佳解 (Local optimum) 而非全域最佳解 (Global optimum)。同時，當目標函數為不連續函數時，在不連續處梯度不存在，而在根本上限制了此類方法的應用。

基因演算法使用完全不同的概念，此方法不需計算目標函數的梯度，而改以評比一族群中個體的表現優劣並演化其基因來獲得最佳解。因為基因演算法一次比較一整個族群的表現而非逐步尋找單一個體，因此，此方法可以找到全域最佳解。同時，因為基因演算法不需利用梯度等資料，因此對於目標函數為不連續函數的情況，依然可以適用。

在本文中，我們考慮在二維穩定且均勻的流場中攻角維持固定的一個潛翼，本文的最主要目標為應用基因

演算法求解此二維潛翼的最佳化形狀，此最佳潛翼必須在產生高昇力的同時仍然能保持低阻力。本文依據此目標設計一目標函數及限制條件，並以一改良型基因演算法求解此問題而獲得此二維潛翼的最佳形狀。

潛翼形狀之設計變數

問題的參數化是基因演算法中最基本且重要的步驟，一個好的參數轉換方法應該能掌握住該問題的特質，並將這些特質隱性地保存在參數中。因此，對問題的瞭解與特定知識是設定該問題之設計變數的基礎。對潛翼的最佳化問題，本文考慮下列三點：

- (一) 形狀的多樣性與變化的彈性。
- (二) 翼形特質的表現與掌握。
- (三) 各變數間的獨立性。

基於上述三點考慮，本文使用 Bezier-雲線 (Rogers, 1976) 以呈現翼形。每一個潛翼均使用兩條三階 B-雲線分別表現其上表面與下表面的形狀，而每一條 B-雲線則分別由七個控制點所決定，其中第一個與最後一個控制點分別位於該潛翼的頭部與尾部。為了使頭部呈現平滑的流線型，第二個控制點的 x 座標則位於頭部並保持 y 座標可自由移動，其他 4 個控制點則可自由地在特定區間中移動。每一個控制點由其 x 座標與 y 座標所決定，因此，每一條 B-雲線共有 9 個設計變數，而整個潛翼的形狀則總共有 18 個設計變數決定。經由 B-雲線參數化翼形後，求解潛翼的最佳形狀則化簡為尋找一組最佳變數組合 $a_{N_{df}}$ 的問題，其中 N_{df} 為設計變數的總數目。

二進位化與設計變數的範圍

在基因演算法中，所有的設計變數通常以二進位的染色體重組為一組長度為 $N_{bit} \times N_{df}$ 的基因，其中 N_{bit} 是每一個設計變數的染色體長度，此長度由各變數的精確度所決定，整個基因則由 N_{df} 個設計變數染色體所組成。

每一個設計變數的二進位染色體可經由下式解碼成一個整數 J_k ：

$$J_k = \sum_{j=1}^{N_{bit}} \delta_j^{(k)} 2^{N_{bit}-j+1}, \quad k=1, N_{df} \quad (1)$$

其中 $\delta_j^{(k)}$ 表示第 k 個設計變數染色體的第 j 個位置。

經由(1)所得之 J_k 介於 $0 \leq J_k \leq 2^{N_{bit}} - 1$ 之間。此整

數需再以下式解碼為該設計變數的值：

$$a_k = f_{\min} + \left[\frac{J_k}{2^{N_{bit}} - 1} \right] (f_{\max} - f_{\min}), \quad k=1, N_{df} \quad (2)$$

式中 f_{\min} 與 f_{\max} 為該變數之範圍的下極限與上極限值。

設計變數的範圍決定了整個基因演算法所需搜尋的空間。較大的搜尋空間提供較多找到最佳解的可能性，但卻也需要更多的演化時間。本文參考 NACA 的各種機翼資料後，將各個設計變數的範圍訂定如下：

表 1. 設計變數之 x 座標範圍

設計變數	下極限	上極限
x_2	0.02447	0.20611
x_3	0.20611	0.50000
x_4	0.50000	0.79389
x_5	0.79389	0.97553

表 2. 設計變數之 y 座標範圍

Design variable	Lower limit	Upper limit
y_{u1}	0.03	0.18
y_{u2}	0.03	0.18
y_{u3}	0.03	0.18
y_{u4}	0.03	0.18
y_{u5}	0.03	0.18
y_{l1}	-0.12	00
y_{l2}	-0.12	0.03
y_{l3}	-0.12	0.03
y_{l4}	-0.12	0.03
y_{l5}	-0.12	0.03

流場計算

考慮潛翼形狀的多樣性與所須之計算時間，本文採用表面漩渦法 (Martensen, 1959) 計算潛翼周圍的流場。此方法應用一包覆整個潛翼表面的漩渦層 $\gamma(s)$ 以模擬潛翼周圍流場，並以潛翼表面之不透水邊界條件解出該

漩渦層之強度。解出流場後，對該潛翼表面之壓力積分即可得該潛翼所產生之昇力值。

因為表面漩渦法係根據勢流理論推導所得，因此流體之粘滯效應需再配合其它模式加以估算，本文採用 Head (1958) 的理論配合表面漩渦法之流場解以計算潛翼表面之動量厚度、形狀因子、及摩擦係數，並據以推估該潛翼所產生之摩擦阻力。

改良型基因演算法

在訂定潛翼形狀之變數與建立流場計算之方法後，本文發展一改良型基因演算法用以求解此形狀最佳化問題。

(一) 適合度

在基因演算法中，目標函數的值必須根據整個族群的整體表現重新調整為每一個體的適合度，理由如下：

(1) 每一個體之表現參數需為正值。

(2) 避免某一個體在演化初始時表現過於凸出而影響整個族群的演化方向，導致未來演化之侷限。

本文採用線性縮放法 (Linear scaling method) 計算每一個體的適合度。

(二) 選擇法

在評比出每一個體之表現後，需以適當方法選出表現較加之個體，本文採用非均勻旋轉盤選擇法 (Bias roulette wheel selection method) 進行選擇。在此方法中，每一個體獲選的機率 p_k 為

$$p_k = F_k / \sum_{j=1}^{N_{pop}} F_j, \quad k=1, N_{pop} \quad (3)$$

其中 F_k 為該個體之適合度。由方程式(3)可知適合度較大之個體，獲選的機率越大。

本文同時將 De Jong (1975)所提出之菁英模式加入選擇方法中，此方法已被證明可加速族群演化的速度。在菁英模式中，族群中的每一個翼形皆依據其適合度被歸類為如下之三個族群：

1. r 個表現最佳的染色體，這些染色體將被直接保存至下一代中；
2. r 個表現最差的染色體，這些染色體將由族群中剔除；
3. 其餘的染色體。

(三) 族群重疊與擁擠因子

將染色體分類後，基因演算法將上述之族群 1 與族群 3 的染色體混合以產生下一代的染色體。在此程序中，本文採用族群重疊法，即每一代之染色體並不一次更換，而是每次以一新產生之染色體取代一舊染色體。取代之方法則採用 De Jong 的擁擠因子模式以加速族群的演化並減少不必要的演算。在擁擠因子模式中，舊染色體中與新產生之染色體最接近者被取代而不再參與演化，此方法對族群演化的收斂速度有極大幫助 (Goldberg, et. al., 1987)。

高昇力與低阻力，同時，在演化過程中，整個族群的演化方向不應僅由單一目標所主導，因此，需訂定一適當的目標函數以同時滿足此二目標且又可平均表現出此二目標的影響。

考慮一般機翼之昇力-阻力關係大多接近一二次曲線，本文將目標函數訂定如下：

$$f(X) = C_L^2 / C_D \quad (4)$$

其中 C_L 為昇力係數； C_D 則為阻力係數。

結果與討論

潛翼之攻角設定為 0 度，每一代之個體數目為 100，最大演化數至 500 代，同時，若每一代之最佳值維持不變超過 100 代，則演化停止。

圖 2 為各代翼形目標函數值之演化過程，圖中顯示各代翼形的效率快速地進步，在演化起始 120 代之內其目標函數值即由 34.33 上升至 70 附近，潛翼的表現進步超過兩倍。快速上升之後，演化速率逐漸緩慢，最終收斂於最佳值 70.36，此最佳形狀出現於第 486 代，並維持不變至 500 代。

演化設計流程

整個演化設計之流程如圖 1 所示：

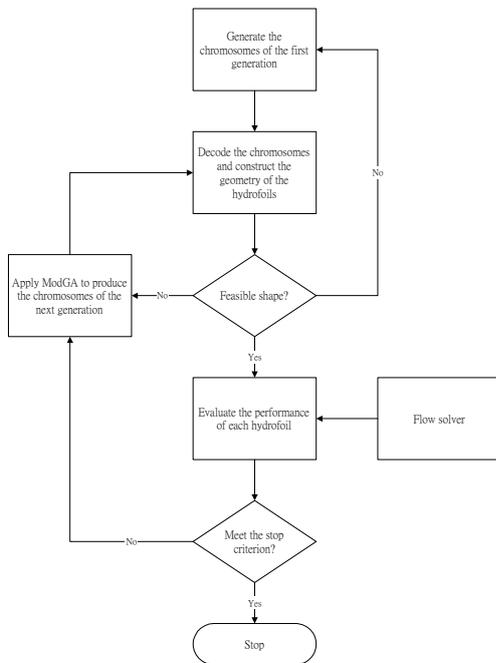


圖 1. 最佳化翼形之演化設計流程

1. 隨機產生第一代潛翼的染色體；
2. 將染色體解碼為 18 個設計變數值；
3. 求解每一個潛翼周圍之流場並計算其昇力與阻力；
4. 依據每一個翼形的適合度產生下一代的染色體；
5. 回到步驟 2 並重新演化直到符合停止條件。

目標函數

本文之目標為尋找一最佳的翼形，使其可同時產生

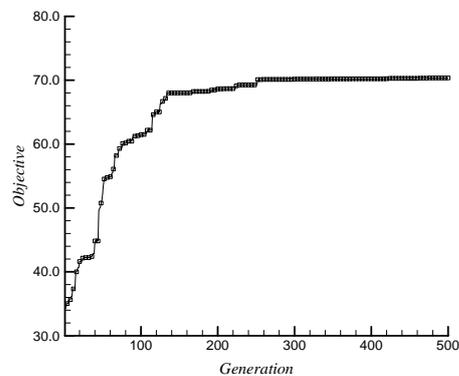


圖 2. 目標函數值之演化過程

圖 3 為各代潛翼之昇力係數與阻力係數的演化過程，由圖中可清楚地看出隨著演化的進行，各代潛翼的昇力係數逐漸升高且阻力係數逐漸降低。此結果顯示改良形基因演算法的確可以在演化過程的每一代找到較佳的潛翼形狀。

圖 3 昇力係數與阻力係數在演化過程中的跳動顯示兩個設計目標（即高昇力與低阻力）彼此競爭並同時逐漸獲得較佳的結果。此現象顯示整個演化過程並非完全由

單一設計目標所控制，而是兩個設計目標競爭之後的結果，此結果也顯示本文之目標函數選擇具有正確性。

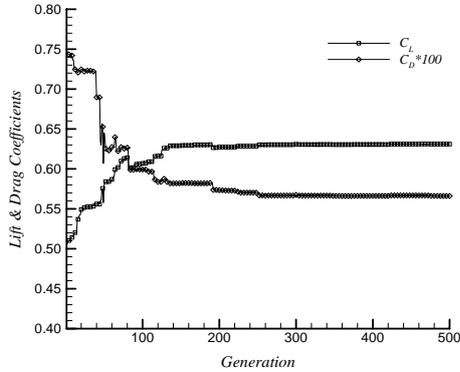


圖 3. 昇力係數與阻力係數之演化過程

圖 4 顯示第一代與最佳化潛翼形狀的比較，觀察圖中的潛翼形狀，可看出最後結果之翼形較為彎曲，這種較為彎曲之翼形相信即為此最佳形狀之高昇力的來源。

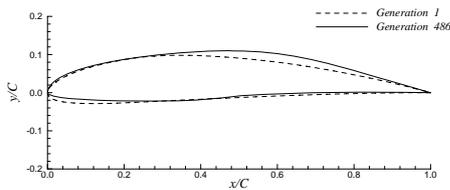


圖 4. 第一代與最佳化翼形之比較

圖 5 為第一代與最佳化翼形表面壓力的比較，相較於潛翼形狀的改變，表面壓力在整個演化過程中的改變甚大。觀察最佳化翼形的上表面與下表面壓力分佈，可發現介於其間的壓力差遠大於第一代翼形的上下表面之壓力差，這個較大的壓力差即為此最佳化翼形具有高昇力的原因。

觀察圖中兩翼形的上表面壓力分佈，可發現最佳化翼形的壓力高峰遠較第一代接近尾部，這種壓力分佈將潛翼表面上可能產生逆壓的部分移向尾部並減小其區域，因此而使表面上層流的區域增加而紊流的區域減少，這種流況可以相當程度地減低翼面的阻力，也是最佳化翼形具有低阻力的原因，此種概念曾經被應用於 NACA 6 系列的機翼設計中，並且獲得非常良好的低阻力。

此結果相當令人滿意，因為其為改良形基因演算法

經由模擬自然演化而得到，並無任何人工設計參與，因此，應用改良形基因演算法可達到完全自動化設計最佳化翼形的目的。

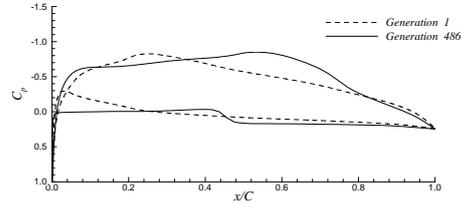


圖 5. 第一代與最佳化翼形表面壓力之比較

結論

本文發展一改良形基因演算法並應用於二維潛翼的形狀最佳化，以模擬自然演化的程序達到自動化設計一高昇力且低阻力之潛翼形狀，其結果相當令人滿意。演化出之最佳化翼形，的確可以產生高昇力且具有低阻力，且完全符合機翼理論。研究同時發現，經過適當學理根據而設計之目標函數，可以使高昇力與低阻力二個設計目標產生良性競爭，在演化過程中，二個設計目標皆隨著演化進行而逐漸改良，整個演化方向由二個設計目標競爭之後決定而非由單一設計目標所主導，此結果亦同時驗證目標函數之正確性。

參考文獻

1. Darwin, C., "On the Origin of Species by Means of Natural Selection, or the Preservation of Favoured Races in the Struggle of Life," Oxford Univ. Press, London, 1859.
2. De Jong, K.A., "An Analysis Of The Behavior Of A Class Of Genetic Adaptive Systems," Doctoral Dissertation, University Of Michigan, Ann Arbor, 1975
3. Holland, J. H., "Genetic Algorithms and The Optimal Allocations of Trails," SIAM Journal of Computing, 2(2), pp. 88-105, 1973.
4. Rogers, D. F., Adams, J. A., "Mathematical Elements for Computer Graphics," McGraw-Hill, NY, 1976.
5. Martensen, E., "Berechnung der Druckverteilung an Gitterprofilen in ebener Potentialströmung mit einer Fredholmschen Integraleichung," Arch. Rat. Mech., Anal. 3, pp. 235-270, 1959.
6. Head, M. R. (1958). Entrainment in the Turbulent

Boundary Layer. Aero. Res. Council London, R & M
3152.

7. Goldberg, D. E., Richardson, J., "Genetic Algorithms
With Sharing For Multimodal Function Optimization,"
Genetic Algorithms And Their Applications:
Proceedings Of The Second International Conference
On Genetic Algorithms, pp. 41-49, 1987.